

Corrigé et barème – Équations de droites

Droites du plan : coefficient directeur, équation réduite et cartésienne, parallélisme, intersection et systèmes — programme de 2^{nde} générale

Durée : 90 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2^{nde}

Exercice 1 – Lire et écrire des équations

(4 pts)

- a) $m = -\frac{7}{4}$ et $p = 6$. (1)
- b) $5y = -8x + 20$, donc $y = -\frac{8}{5}x + 4$. (1)
- c) $7y = 2x - 7$, donc $2x - 7y - 7 = 0$. (1)
- d) $x = -9$; cette droite n'a pas de coefficient directeur. (1)

Repère — Les quatre écritures d'une droite (réduite, cartésienne, verticale, horizontale) doivent se convertir sans hésitation.

Exercice 2 – Une droite par deux points

(4 pts)

- a) $m = \frac{-8-12}{3-(-5)} = \frac{-20}{8} = -\frac{5}{2}$. (1)
- b) $12 = -\frac{5}{2} \times (-5) + p = \frac{25}{2} + p$, donc $p = -\frac{1}{2}$ et $(AB) : y = -\frac{5}{2}x - \frac{1}{2}$ (vérification avec $B : -\frac{15}{2} - \frac{1}{2} = -8$). (1)
- c) $-\frac{5}{2} \times (-1) - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = 2$: oui, C appartient à (AB) . (1)
- d) $-\frac{5}{2}x - \frac{1}{2} = -13$ donne $-\frac{5}{2}x = -\frac{25}{2}$, donc $x = 5$. (1)

Erreur fréquente — Soustraire les ordonnées et les abscisses dans le même ordre : inverser le quotient change complètement la droite.

Exercice 3 – Positions relatives

(4 pts)

- a) $6 \times 2 - (-3) \times (-4) = 12 - 12 = 0$: les droites sont parallèles. En multipliant d par $-\frac{1}{2}$ on obtient $-3x + 2y - 5 = 0$, dont le terme constant diffère de $+1$: elles sont distinctes, donc strictement parallèles. (1)
- b) $6 \times 2 - 1 \times (-4) = 12 + 4 = 16 \neq 0$: les droites sont sécantes en un unique point. (1)
- c) Système $\begin{cases} 6x - 4y = -10 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$; en multipliant la seconde par 2 : $2x + 4y = 22$, puis en additionnant : $8x = 12$, donc $x = \frac{3}{2}$ et $2y = 11 - \frac{3}{2} = \frac{19}{2}$, soit $y = \frac{19}{4}$. Point $(\frac{3}{2}; \frac{19}{4})$. (1)
- d) Une équation cartésienne n'est pas unique : deux écritures différentes peuvent décrire la même droite, et deux droites parallèles distinctes ont toujours des équations différentes sans jamais se couper. La comparaison des écritures ne prouve donc rien ; il faut calculer $ab' - a'b$. (1)

Le point clé — Le test $ab' - a'b = 0$ décide du parallélisme ; un point témoin décide ensuite entre confondues et strictement parallèles.

Exercice 4 – Kayaks et paddles

(4 pts)

- a) $\begin{cases} 3x + 4y = 97 \\ 5x + 2y = 101 \end{cases} \quad (1)$
- b) On multiplie la seconde ligne par -2 : $-10x - 4y = -202$; en additionnant à la première : $-7x = -105$, donc $x = 15$. En reportant : $3 \times 15 + 4y = 97$, soit $4y = 52$ et $y = 13$. Un kayak coûte 15 € et un paddle 13 €. (1)
- c) $7 \times 15 + 9 \times 13 = 105 + 117 = 222$ €. (1)
- d) Chaque équation est celle d'une droite du plan ; comme $3 \times 2 - 5 \times 4 = -14 \neq 0$, elles sont sécantes et la solution $(15 ; 13)$ donne les coordonnées de leur unique point d'intersection. (1)
- À retenir** — Résoudre un système, c'est chercher le point commun à deux droites : une situation concrète se relit toujours ainsi.

Exercice 5 – Une famille de droites

(4 pts)

- a) En remplaçant : $(t - 3) \times 0 + 2 \times 4 - 8 = 8 - 8 = 0$, quelle que soit la valeur de t . Donc F appartient à d_t pour tout réel t . (1)
- b) Le coefficient de y vaut $2 \neq 0$: $2y = -(t - 3)x + 8$, soit $y = \frac{3-t}{2}x + 4$. Le parallélisme impose $\frac{3-t}{2} = \frac{1}{4}$, soit $3 - t = \frac{1}{2}$ et $t = \frac{5}{2}$. L'ordonnée à l'origine vaut alors $4 \neq 5$: les droites sont strictement parallèles, non confondues. (1)
- c) La droite est horizontale lorsque $\frac{3-t}{2} = 0$, soit $t = 3$; son équation est alors $y = 4$. (1)
- d) Pour $t = 2$: $y = \frac{1}{2}x + 4$. On résout $\frac{1}{2}x + 4 = \frac{1}{4}x + 5$, soit $\frac{1}{4}x = 1$ et $x = 4$, puis $y = \frac{1}{4} \times 4 + 5 = 6$. Le point d'intersection est $(4 ; 6)$. (1)

Attention — Avec un paramètre, on repasse en équation réduite avant de comparer les pentes, et l'on vérifie toujours que le coefficient de y n'est pas nul.