

Devoir surveillé – Ensembles de nombres et intervalles

Naturels, entiers, rationnels, irrationnels, réels et intervalles : les fondations du calcul en seconde générale

Durée : 90 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2^{nde}

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Ensembles de nombres

(4 pts)

- a) a) Donner le plus petit ensemble parmi $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ contenant le nombre $\frac{-84}{12}$.
- b) b) Le nombre $\frac{17}{80}$ est-il décimal ? Justifier en décomposant le dénominateur.
- c) c) Le nombre $\sqrt{72}$ est-il rationnel ? Justifier.
- d) d) Donner un nombre appartenant à $\mathbb{Q}$ mais pas à $\mathbb{D}$, puis un nombre appartenant à $\mathbb{D}$ mais pas à $\mathbb{Z}$.

Exercice 2 – Intervalles

(4 pts)

- a) a) Déterminer $A \cap B$ avec $A =] - 5 ; 2]$ et $B = [0 ; 9 [$.
- c) c) Déterminer le complémentaire de A dans $\mathbb{R}$.
- b) b) Déterminer $A \cup B$.
- d) d) Déterminer $A \cap [3 ; 9 [$.

Exercice 3 – Valeur absolue et distance

(4 pts)

- a) a) Calculer $|3 - 14|$ puis $|14 - 3|$.
- c) c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|x + 3| < 7$.
- b) b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x - 6| = 11$.
- d) d) Écrire l'intervalle $[-8 ; 16]$ sous la forme $|x - a| \leq r$.

Exercice 4 – Raisonnement et logique

(4 pts)

- a) a) Énoncer la contraposée de l'implication « si $x \in]2 ; +\infty[$, alors $x^2 > 4$ ».
- b) b) Cette implication est-elle vraie ? Justifier.
- c) c) Sa réciproque est-elle vraie ? Justifier par un contre-exemple.
- d) d) Un élève écrit « $|x| = x$ pour tout réel x ». Expliquer l'erreur, puis énoncer la définition correcte.

Exercice 5 – Calibrage d'une balance de précision

(4 pts)

- a) a) Une balance affiche une masse m pour une masse nominale de 250 g ; le fabricant garantit un écart maximal de 1,2 g. Traduire cette garantie par une inéquation avec valeur absolue, puis donner l'intervalle des masses conformes.
- b) b) Trois contrôles donnent 248,9 g ; 251,3 g ; 250,7 g. Dire, calcul à l'appui, lesquels sont conformes.
- c) c) Le laboratoire exige un écart maximal de 0,8 g. Écrire le nouvel intervalle et indiquer les contrôles encore conformes.
- d) d) Montrer que toute masse conforme pour le laboratoire l'est pour le fabricant, et traduire ce résultat par une inclusion.

Bon courage !