

Devoir surveillé – Vecteurs, géométrie dans le plan repéré et équations de droites — niveau ★★

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2nde

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes

(3 pts)

- a) A, B, C, D sont quatre points quelconques. Simplifier $\vec{AB} - \vec{CB} + \vec{CD} - \vec{AD}$.
- b) Déterminer le réel k tel que $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ k \end{pmatrix}$ soit colinéaire à $\vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$, puis écrire $\vec{v}$ comme multiple de $\vec{u}$.
- c) Donner le coefficient directeur et un vecteur directeur de la droite $d : 2x + 3y - 6 = 0$.
- d) Déterminer l'équation réduite de la droite de coefficient directeur -3 passant par $P(1; -2)$.

Exercice 2 – Médianes d'un triangle

(4 pts)

- a) On donne $A(-3; -1)$, $B(5; 3)$ et $C(1; 7)$. Calculer les coordonnées des milieux I de $[BC]$ et J de $[AC]$.
- b) Déterminer l'équation réduite de la médiane (AI) .
- c) Déterminer une équation de la médiane (BJ) .
- d) Déterminer les coordonnées du point G , intersection de (AI) et (BJ) , puis vérifier que $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AI}$.
- e) Montrer que le triangle ABC est isocèle en A . Que représente alors la droite (AI) pour le segment $[BC]$? Justifier.

Exercice 3 – Alignement dans une base

(4 pts)

- a) ABC est un triangle. D est le point tel que $\vec{AD} = \frac{1}{3}\vec{AB}$ et E le milieu de $[AC]$. Exprimer $\vec{DE}$ en fonction de $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$.
- b) Soit t un réel et F le point tel que $\vec{BF} = t\vec{BC}$. Montrer que $\vec{DF} = \left(\frac{2}{3} - t\right)\vec{AB} + t\vec{AC}$.
- c) Déterminer t pour que les points D, E et F soient alignés.
- d) Pour cette valeur de t , exprimer $\vec{DF}$ en fonction de $\vec{DE}$ et préciser la position de E sur $[DF]$.
- e) Contrôle dans un repère : on prend $A(0; 0)$, $B(6; 0)$ et $C(2; 4)$. Calculer les coordonnées de D, E et F , puis vérifier l'alignement à l'aide d'une équation de la droite (DE) .

Exercice 4 – Qui a raison ?**(4 pts)**

- a) Vrai ou faux, avec justification : « Les droites $d : 4x - 6y + 1 = 0$ et $d' : y = \frac{2}{3}x - 5$ sont sécantes. »
- b) Vrai ou faux : « Le point $M(2; 1)$ appartient à la médiatrice du segment $[PQ]$, avec $P(-1; 5)$ et $Q(6; 4)$. »
- c) Vrai ou faux : « Les vecteurs $\vec{u}\left(\sqrt{2}\right)_1$ et $\vec{v}\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)$ sont colinéaires. »
- d) Vrai ou faux : « Le système $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -6x + 3y = 1 \end{cases}$ admet une unique solution. »
- e) Vrai ou faux : « La droite passant par $R(-2; 5)$ et $S(-2; -1)$ a pour équation $y = -2$. »

Exercice 5 – Problème — Course d'orientation**(5 pts)**

Dans un repère orthonormé d'unité 100 m, le départ est en $S(-2; 1)$ et la première balise en $B(4; 3)$. a) Montrer qu'une équation cartésienne de la droite (SB) est $x - 3y + 5 = 0$.

- a) Après la balise, un coureur continue en ligne droite jusqu'à la route $\rho : x + y - 11 = 0$. Déterminer les coordonnées du point P où il atteint la route, puis montrer que $\vec{SP} = \frac{3}{2}\vec{SB}$.
- b) Calculer la longueur SP en valeur exacte, puis en mètres à l'unité près.
- c) Un poste de secours T doit être installé sur la route ρ , à égale distance de S et de B . Déterminer les coordonnées de T , puis la distance TS en mètres à l'unité près.

Bon courage !