

Devoir surveillé – Statistiques, probabilités et échantillonnage — niveau ★★

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2nde

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes

(3 pts)

- A et B sont deux événements incompatibles tels que $P(A) = 0,45$ et $P(B) = 0,3$. Calculer $P(A \cup B)$.
- Une série a pour moyenne 12 et pour écart type 2. On multiplie chaque valeur par 3, puis on retranche 5. Donner la moyenne et l'écart type de la nouvelle série.
- Déterminer le plus petit entier n tel que $\frac{1}{\sqrt{n}} \leq 0,04$.
- Donner la médiane et l'étendue de la série : 5 ; 9 ; 2 ; 7 ; 11 ; 4 ; 8.

Exercice 2 – Temps de trajet

(5 pts)

- On a relevé la durée du trajet domicile-lycée, en minutes, de 160 élèves.

Durée (min)	[0 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 45[	[45 ; 60[
Effectif	24	48	56	20	12

Dresser le tableau des effectifs cumulés et des fréquences cumulées croissantes.

- Calculer une valeur approchée de la durée moyenne d'un trajet, arrondie au dixième. Pourquoi n'est-ce qu'une valeur approchée ?
- Déterminer la classe médiane, puis estimer la médiane par interpolation linéaire (au centième).
- Les classes n'ont pas toutes la même amplitude. Dans un histogramme, l'aire de chaque rectangle est proportionnelle à l'effectif. Calculer pour chaque classe l'effectif par minute (effectif divisé par l'amplitude) et indiquer la classe représentée par le rectangle le plus haut.
- On choisit un élève au hasard. Calculer la probabilité que son trajet dure au moins 30 minutes, puis la probabilité qu'il dure au moins 30 minutes sachant qu'il dure au moins 20 minutes.

Exercice 3 – Problème — Pièces défectueuses

(4 pts)

- Une entreprise fabrique des pièces sur deux machines. La machine M_1 produit 70 % des pièces et la machine M_2 le reste. 2 % des pièces de M_1 et 5 % des pièces de M_2 sont défectueuses (D). On choisit une pièce au hasard dans la production. Construire un arbre pondéré et calculer $P(M_1 \cap D)$.
- Montrer que $P(D) = 0,029$.
- Une pièce est défectueuse. Calculer la probabilité qu'elle provienne de M_2 (valeur exacte, puis arrondi à 10^{-3}). Commenter en comparant à la part de M_2 dans la production.
- Un contrôle porte sur un lot de 2 500 pièces prises au hasard : 130 sont défectueuses. Ce résultat est-il compatible avec $P(D) = 0,029$? Justifier à l'aide de l'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$.

Exercice 4 – Qui a raison ?

(4 pts)

- a) Léa affirme : « Si l'on ajoute 2 à toutes les valeurs d'une série, son écart type augmente de 2. » A-t-elle raison ?
- b) Tom affirme : « Si $P(A) = 0,6$ et $P(B) = 0,5$, alors les événements A et B ne peuvent pas être incompatibles. » A-t-il raison ?
- c) Inès affirme : « Si je lance 10 fois une pièce équilibrée, j'obtiendrai forcément 5 fois pile ; et après 4 piles de suite, face devient plus probable. » A-t-elle raison ?
- d) Sami affirme : « La moyenne d'une série est toujours comprise entre Q_1 et Q_3 . » A-t-il raison ?

Exercice 5 – Problème — Le jeu du forain

(4 pts)

- a) Un forain propose le jeu suivant : on lance deux dés équilibrés à six faces et l'on gagne si la somme des deux dés est supérieure ou égale à 10. À l'aide d'un tableau à double entrée des 36 issues, calculer la probabilité p de gagner.
- b) On note S l'événement « au moins un des deux dés donne 6 » et G l'événement « gagner ». Calculer $P(S)$, puis $P_S(G)$.
- c) Le forain simule son jeu avec le programme ci-dessous. Que renvoie `partie()` ? Que renvoie `frequence(1000)` ?

```
from random import randint
```

```
def partie():  
    d1 = randint(1, 6)  
    d2 = randint(1, 6)  
    return d1 + d2 >= 10
```

```
def frequence(n):  
    g = 0  
    for i in range(n):  
        if partie():  
            g = g + 1  
    return g / n
```

- d) Sur 1 000 parties réelles, le forain a compté 131 gagnants. Un joueur le soupçonne d'utiliser des dés truqués. Qu'en penser ? (bornes de l'intervalle au dix-millième)

Bon courage !