Devoir surveillé – Nombres réels, arithmétique et logique — niveau ★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2nde

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes *(4 pts)*

a) Simplifier $\dfrac{-143}{11}$, puis donner le plus petit ensemble parmi $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ qui contient ce nombre.

b) Écrire $\dfrac{84}{126}$ sous forme irréductible. Ce nombre est-il décimal ?

c) Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels x tels que « $x \geqslant -2$ et $x < 7$ ».

d) Soit n un entier. Écrire la négation de la proposition « n est un multiple de 5 et $n > 20$ ».

Exercice 2 – Multiples : calculer et démontrer *(4 pts)*

a) Montrer que 437 est un multiple de 19.

b) Déterminer le plus grand multiple de 15 inférieur ou égal à 250.

c) Démontrer que la somme de deux multiples de 6 est un multiple de 6.

d) Zoé affirme : « le produit de deux multiples de 6 est toujours un multiple de 36 ». A-t-elle raison ? Justifier.

Exercice 3 – Intervalles et distance *(4 pts)*

On pose $A = [-3\,;5[$ et $B =]1\,;8]$.

a) Déterminer $A \cap B$ et $A \cup B$.

b) Déterminer le complémentaire $\overline{B}$ de B dans $\mathbb{R}$.

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|x - 2| \leqslant 5$. L'ensemble des solutions est-il inclus dans $A \cup B$?

d) La proposition « pour tout réel x de B, $x^2 < 25$ » est-elle vraie ? Justifier.

Exercice 4 – Vrai ou faux ? *(4 pts)*

a) Démontrer l'implication : « si un nombre est décimal, alors il est rationnel ».

b) Énoncer la réciproque et la contraposée de cette implication. Dire, en justifiant, si chacune est vraie.

c) On admet que $\sqrt{2}$ est irrationnel. Montrer que $\sqrt{162}$ est irrationnel.

d) Vrai ou faux : « pour tout entier n, le nombre $(n+5)^2 - n^2$ est impair » ?

Exercice 5 – Problème — Les casiers d'un gymnase *(4 pts)*

Les 90 casiers d'un gymnase sont numérotés de 1 à 90. Les casiers dont le numéro est un multiple de 6 sont rouges ; ceux dont le numéro est un multiple de 9 ferment à clé. On note R l'ensemble des numéros des casiers rouges et C celui des casiers à clé.

a) Déterminer $\text{Card}(R)$ et $\text{Card}(C)$.

b) Écrire l'ensemble $R \cap C$ en donnant la liste de ses éléments. Que représente-t-il pour les casiers ?

c) Combien de casiers sont rouges ou à clé ? Combien ne sont ni rouges ni à clé ?

d) Le gardien affirme : « tout casier dont le numéro est un multiple de 3 est rouge ou à clé ». Montrer qu'il se trompe.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).