Devoir surveillé – Généralités sur les fonctions, variations et fonctions affines — niveau ★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2nde

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes *(5 pts)*

a) Soit $f(x) = x^2 - 3x + 5$. Calculer l'image de -1 par f.

b) Pour quelle valeur de x l'expression $\dfrac{2x+1}{6x-21}$ n'est-elle pas définie ? Pour quelle valeur est-elle nulle ?

c) Donner le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la fonction affine $g(x) = 2{,}5 - 1{,}2x$, puis son sens de variation sur $\mathbb{R}$.

d) Une fonction h est strictement décroissante sur $[-3\,;4]$ et $h(1) = 0$. Donner le signe de $h(-2{,}5)$ et celui de $h(3)$.

e) Déterminer le réel c tel que le point $A(2\,;-3)$ appartienne à la courbe représentative de la fonction $k : x \mapsto x^3 - 4x + c$.

Exercice 2 – Lire un tableau de variations *(5 pts)*

a) La fonction g est définie sur $[-6\,;5]$; elle est strictement monotone sur chaque intervalle de son tableau de variations ci-dessous. On admet que sa courbe se trace sans lever le crayon.

x	-6		-2		1		5
$g(x)$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2

Donner le sens de variation de g sur chacun des intervalles $[-6\,;-2]$, $[-2\,;1]$ et $[1\,;5]$.

b) Donner le maximum et le minimum de g sur $[-6\,;5]$, en précisant en quelle valeur chacun est atteint.

c) Comparer $g(-1)$ et $g(0)$ en justifiant.

d) On note α, β et γ (avec $\alpha < \beta < \gamma$) les solutions de l'équation $g(x) = 0$ sur $[-6\,;5]$. Justifier que $\alpha \in\,]-6\,;-2[$, $\beta \in\,]-2\,;1[$ et $\gamma \in\,]1\,;5[$, puis dresser le tableau de signes de $g(x)$ sur $[-6\,;5]$.

e) On admet que, pour tout x de $[1\,;5]$, $g(x) = 1{,}25x - 4{,}25$. Vérifier que cette expression redonne les valeurs du tableau en 1 et en 5, puis calculer la valeur exacte de γ.

Exercice 3 – Une fonction affine, de sa définition à son signe *(5 pts)*

La fonction affine f vérifie $f(2) = -2$ et, chaque fois que x augmente de 1, $f(x)$ diminue de 3.

a) Donner son coefficient directeur, puis montrer que $f(x) = -3x + 4$.

b) Donner, en justifiant, le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$, puis le maximum et le minimum de f sur l'intervalle $[-2\,;2]$.

c) Dresser le tableau de signes de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

d) Résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant -2$.

e) Les points $B\left(-\dfrac{2}{3}\,;6\right)$ et $C(1{,}5\,;-1)$ appartiennent-ils à la droite qui représente f ?

Exercice 4 – Problème — Un ballon-sonde *(5 pts)*

a) Un ballon-sonde météorologique est lâché depuis une station située à 0,3 km d'altitude. On relève son altitude $A(t)$, en km, t minutes après le lâcher :

t **(min)**	0	10	25	40
$A(t)$ **(km)**	0,3	3,3	7,8	12,3

Calculer les quotients $\dfrac{\text{variation de } A}{\text{variation de } t}$ entre colonnes successives. Que peut-on en conclure ? Montrer que $A(t) = 0{,}3t + 0{,}3$ et interpréter le nombre 0,3 qui multiplie t.

b) Le ballon éclate lorsqu'il atteint 30 km d'altitude. Montrer que le modèle est valable pour $t \in [0\,;99]$, puis donner le sens de variation de A sur cet intervalle, son minimum et son maximum.

c) Déterminer l'antécédent de 9,3 par A et interpréter le résultat.

d) On admet qu'au-dessus de 12 km d'altitude, le ballon se trouve dans la stratosphère. Résoudre l'inéquation $A(t) > 12$ sur $[0\,;99]$ et interpréter.

e) Les points $(50\,;15)$ et $(70\,;21{,}3)$ appartiennent-ils à la droite qui représente A ? Un capteur d'humidité ne fonctionne que lorsque le ballon est entre 3 km et 9 km d'altitude. Pendant combien de minutes fonctionne-t-il ?

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).