

Devoir surveillé – Fonctions : généralités, fonctions affines, carré et inverse — niveau ★★

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2nde

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes

(3 pts)

- a) Calculer l'image de $\frac{3}{4}$ par la fonction carré.
- b) Calculer l'image de $-\frac{5}{3}$ par la fonction inverse.
- c) Donner l'ensemble de définition de la fonction $x \mapsto \frac{2}{x-3}$.
- d) Calculer le coefficient directeur de la droite passant par $A(-1; 4)$ et $B(3; -2)$.
- e) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = -9$.
- f) Résoudre dans $\mathbb{R}^*$ l'équation $\frac{1}{x} = 5$.

Exercice 2 – Qui a raison ?

(4 pts)

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse et justifier (preuve ou contre-exemple).

- a) Léa : « Si \$a
- a) Tom : « La fonction inverse est décroissante sur $\mathbb{R}^*$. »
- b) Inès : « Pour tout réel x , $x^2 \geq x$. »
- c) Noé : « La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+2)^2 - x^2$ est affine et croissante. »

Exercice 3 – Une parabole et une droite

(4 pts)

Dans un repère, on considère la courbe $\mathcal{C}_f$ de la fonction carré $f(x) = x^2$ et la droite d représentant $g(x) = x + 2$.

- a) Justifier que g est affine et donner son sens de variation.
- a) Montrer que, pour tout réel x , $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$.
- b) En déduire les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et de d .
- c) Dresser le tableau de signes de $f(x) - g(x)$ et en déduire la position relative de $\mathcal{C}_f$ et de d .

Exercice 4 – Inéquations et encadrements

(4 pts)

- a) Résoudre dans $\mathbb{R}^*$ l'inéquation $\frac{1}{x} < 4$.
- b) Résoudre dans $\mathbb{R}^*$ l'inéquation $\frac{1}{x} > -\frac{1}{3}$.
- c) On suppose $0,2 \leq x \leq 0,8$. Donner le meilleur encadrement de $\frac{1}{x}$.
- d) Soit $g(x) = 3 - 2x$. Toujours pour $0,2 \leq x \leq 0,8$, encadrer $g(x)$, puis en déduire un encadrement de $g(x) + \frac{1}{x}$.

Exercice 5 – Problème — Le coût d’une affiche*(5 pts)*

Une imprimerie facture l’impression de n affiches ($n \geq 1$) : un forfait de 60 € plus 0,80 € par affiche.

- a) Exprimer le coût total $C(n)$ en euros. Quelle est la nature de la fonction C ?
- a) Calculer $C(150)$, puis le coût moyen d’une affiche lorsqu’on en commande 150.
- b) On note $M(n) = \frac{C(n)}{n}$ le coût moyen d’une affiche. Montrer que $M(n) = 0,8 + \frac{60}{n}$.
- c) En utilisant le sens de variation de la fonction inverse, montrer que M est décroissante sur $[1 ; +\infty[$.
- d) À partir de combien d’affiches le coût moyen devient-il strictement inférieur à 1 € ?

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).