

Devoir surveillé – Ensembles de nombres, puissances et racines carrées — niveau ★★

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2nde

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes

(4 pts)

- a) Écrire $\frac{9^2 \times 3^{-5}}{27^{-1}}$ sous la forme d'une puissance de 3, puis donner sa valeur.
- b) Écrire $\sqrt{98} - \sqrt{32}$ sous la forme $a\sqrt{2}$.
- c) Écrire $\frac{10}{3\sqrt{5}}$ avec un dénominateur entier, sous forme simplifiée.
- d) Déterminer $] -\infty ; \sqrt{2}] \cap [1 ; 4[$.

Exercice 2 – Qui a raison ?

(4 pts)

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse, puis justifier.

- a) Léa : « $\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{10}$ ».
- b) Tom : « $(-2)^{-3} = 8$ ».
- c) Inès : « le nombre $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$ est un entier naturel ».
- d) Noah : « pour tout réel x , $\sqrt{x^2} = x$ ».

Exercice 3 – Intervalles et encadrements

(4 pts)

- a) Montrer que $4 < \sqrt{17} < 5$, puis encadrer $\sqrt{17}$ entre deux décimaux consécutifs à un chiffre après la virgule.
- b) On pose $A = [2\sqrt{3}; 5]$ et $B =]\sqrt{15}; +\infty[$. Comparer $2\sqrt{3}$, $\sqrt{15}$ et 5, puis déterminer $A \cap B$ et $A \cup B$.
- c) Déterminer l'ensemble C des réels x tels que $|x - 4| \leq 1$. L'intervalle C est-il inclus dans $A \cup B$? Justifier sans calculatrice.

Exercice 4 – Démontrer

(4 pts)

- a) Montrer que $\frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$.
- b) En déduire que $E = \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ est un nombre décimal.
- c) Développer $(1 + \sqrt{2})^2$, puis en déduire la valeur de $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$.
- d) Montrer que $F = (3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) \times 2^{-2}$ est un entier naturel.

Exercice 5 – Problème — L'écran d'une montre

(4 pts)

L'écran d'une montre connectée est un carré d'aire 18 cm^2 .

- a) Montrer que le côté de l'écran mesure $3\sqrt{2} \text{ cm}$ et que sa diagonale mesure exactement 6 cm .
- b) L'écran est formé de pixels carrés de côté $5 \times 10^{-3} \text{ cm}$. Calculer le nombre de pixels, en notation scientifique.
- c) Chaque pixel allumé consomme $2 \times 10^{-7} \text{ W}$. Calculer la puissance consommée quand tous les pixels sont allumés, en notation scientifique.
- d) Le fabricant garantit un côté égal à $3\sqrt{2} \text{ cm}$ à $0,05 \text{ cm}$ près. Traduire cette garantie par une inéquation portant sur le côté mesuré c . Un contrôle mesure $c = 4,20 \text{ cm}$: l'écran est-il conforme ?

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).