

Devoir surveillé – Calcul littéral, équations et inéquations — niveau ★★★

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2nde

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Calculs longs

(4 pts)

- Développer et réduire $(x^2 + x - 1)^2$.
- Factoriser au maximum $x^4 - 16$.
- Déterminer la valeur interdite de $\frac{x^3 - 9x}{x^2 + 6x + 9}$, puis simplifier ce quotient.
- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x^2 - 4)^2 = (x + 2)^2$.

Exercice 2 – Démontrer

(4 pts)

- Montrer que, pour tous réels a et b , $a^2 + b^2 \geq 2ab$.
- En déduire que, pour tout réel $x > 0$, $x + \frac{1}{x} \geq 2$. Préciser le cas d'égalité.
- Montrer que, pour tous réels positifs a et b , si $a \leq b$ alors $a^2 \leq b^2$.
- Comparer, sans valeur approchée, $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ et $\sqrt{15}$.

Exercice 3 – Une inéquation quotient

(4 pts)

On veut résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I) : $\frac{1}{x-2} \geq \frac{2}{x+1}$. a) Donner les valeurs interdites.

- Montrer que (I) équivaut à $\frac{-x+5}{(x-2)(x+1)} \geq 0$.
- Dresser le tableau de signes de $\frac{-x+5}{(x-2)(x+1)}$.
- Conclure.

Exercice 4 – Problème — Une allée dans un jardin

(4 pts)

Un jardin rectangulaire mesure 30 m sur 20 m. On y trace une allée de largeur x m (\$0

- Déterminer la largeur de l'allée pour que son aire soit de 400 m².
- Déterminer toutes les largeurs pour lesquelles l'allée occupe au plus 16 % de la surface du jardin.

Exercice 5 – Pour aller plus loin

(4 pts)

Soit m un réel. On considère l'inéquation $(I_m) : mx + 1 > 2x - 3$, d'inconnue x . a) Résoudre (I_5) .

- Résoudre (I_0) .
- Résoudre (I_m) en discutant selon les valeurs de m .
- Déterminer m pour que l'ensemble des solutions de (I_m) soit $] -\infty ; 1[$.
- Existe-t-il une valeur de m pour laquelle (I_m) n'a aucune solution ? Justifier.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).