

Devoir surveillé – Calcul littéral, équations et inéquations — niveau ★★

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2nde

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes

(4 pts)

- a) Développer et réduire $(x + 3)^2 - (2x - 1)(x + 5)$.
- b) Factoriser $(2x + 1)^2 - 16$.
- c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\frac{3x - 1}{2} - \frac{x + 2}{3} = 1$.
- d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $5 - 2x < 3(x - 5)$.

Exercice 2 – Qui a raison ?

(4 pts)

- a) Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse, justifier et corriger si besoin. Tom résout $-4x \leq 12$ et écrit : « $x \leq -3$ ».
- b) Hugo résout $(x + 1)^2 = 9$ et écrit : « $x + 1 = 3$, donc $\mathcal{S} = \{2\}$ ».
- c) Sarah affirme : « $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2$ pour tout réel x ».
- d) Karim affirme : « pour tous réels a et b , si $\$a$

Exercice 3 – Équation et inéquation quotient

(4 pts)

- a) On considère $R(x) = \frac{2x + 3}{x - 1}$. Donner la valeur interdite de $R(x)$, puis résoudre l'équation $R(x) = 3$.
- b) Montrer que, pour tout $x \neq 1$, $R(x) - 3 = \frac{-x + 6}{x - 1}$.
- c) Dresser le tableau de signes de $\frac{-x + 6}{x - 1}$.
- d) En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $R(x) \geq 3$.

Exercice 4 – Problème — Le bénéfice d'un atelier

(4 pts)

Un atelier fabrique x centaines d'objets, avec $x \in [0 ; 12]$. Son bénéfice, en milliers d'euros, est $B(x) = -x^2 + 12x - 20$. a) Vérifier que, pour tout x , $B(x) = (x - 2)(10 - x)$.

- a) Vérifier que, pour tout x , $B(x) = 16 - (x - 6)^2$. En déduire le bénéfice maximal et la production correspondante.
- b) À l'aide d'un tableau de signes, déterminer les productions pour lesquelles l'atelier réalise un bénéfice strictement positif.
- c) Déterminer les productions pour lesquelles le bénéfice est égal à 12 000 euros.

Exercice 5 – Une parabole et une droite

(4 pts)

Dans un repère, on considère les courbes des fonctions $f(x) = (x - 1)^2$ et $g(x) = x + 5$. a) Montrer que, pour tout réel x , $f(x) - g(x) = (x + 1)(x - 4)$.

- a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection des deux courbes.
- b) Résoudre l'inéquation $f(x) \geq g(x)$
- c) Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 9$.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).