

Corrigé et barème – Calcul littéral, équations et inéquations

— niveau ★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2^{nde}

Exercice 1 – Automatismes

(5 pts)

- a) $A = 3x^2 - 12x + 2x - 8 = 3x^2 - 10x - 8$. (1 pt) (1)
- b) Identité $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 2x, b = 5$: $B = 4x^2 - 20x + 25$. (1 pt) (1)
- c) $C = (3x)^2 - 7^2$, identité $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$: $C = (3x - 7)(3x + 7)$. (1 pt) (1)
- d) $4x - 2x = 5 + 7 \iff 2x = 12 \iff x = 6$; $\mathcal{S} = \{6\}$. (1 pt) (1)
- e) $-3x \geq -6$; on divise par $-3 < 0$, le sens change : $x \leq 2$. $\mathcal{S} =]-\infty ; 2]$. (1 pt) (1)

Méthode — Avant de développer, repérer si l'expression est une identité remarquable : $(2x - 5)^2$ se développe en une ligne, sans distributivité double.

Exercice 2 – Factoriser pour résoudre

(5 pts)

- a) Facteur commun $(x - 3)$: $E(x) = (x - 3)[(2x + 1) + (x + 4)] = (x - 3)(3x + 5)$. (1,5 pt) (1,25)
- b) Produit nul : $x - 3 = 0$ ou $3x + 5 = 0$, soit $x = 3$ ou $x = -\frac{5}{3}$. $\mathcal{S} = \left\{-\frac{5}{3}; 3\right\}$. (1 pt) (1,25)
- c) $E(x) = (x - 3)(3x + 5) = 3x^2 + 5x - 9x - 15 = 3x^2 - 4x - 15$. (1 pt) (1,25)
- d) Forme développée : $3x^2 - 4x - 15 = -15 \iff 3x^2 - 4x = 0 \iff x(3x - 4) = 0$, donc $x = 0$ ou $x = \frac{4}{3}$. $\mathcal{S} = \left\{0; \frac{4}{3}\right\}$. (1,5 pt) (1,25)

Astuce — Chaque forme a son usage : la forme factorisée pour « = 0 », la forme développée quand le second membre est égal au terme constant.

Exercice 3 – Un quotient à étudier

(5 pts)

- a) $-x + 5 = 0 \iff x = 5$: la valeur interdite est 5. (0,5 pt) (1,25)
- b) Un quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul et son dénominateur non nul : $2x - 6 = 0 \iff x = 3$, et $3 \neq 5$. $\mathcal{S} = \{3\}$. (1 pt) (1,25)
- c) $2x - 6$ (coefficient 2 > 0) : négatif avant 3, nul en 3, positif après. $-x + 5$ (coefficient -1 < 0) : positif avant 5, nul en 5, négatif après. Donc $Q(x) < 0$ sur $] -\infty ; 3[$, $Q(3) = 0$, $Q(x) > 0$ sur $]3 ; 5[$, double barre en 5, $Q(x) < 0$ sur $]5 ; +\infty[$. (2 pts) (1,25)
- d) D'après le tableau : $\mathcal{S} =] -\infty ; 3] \cup]5 ; +\infty[$ (3 inclus car $Q(3) = 0$, 5 exclu car valeur interdite). (1,5 pt) (1,25)

Piège — Même avec une inégalité large, la valeur interdite est toujours exclue : le crochet est ouvert en 5.

Exercice 4 – Problème — Un cadre photo

(5 pts)

- a) Aire de la bordure = $(x + 4)^2 - x^2 = x^2 + 8x + 16 - x^2 = 8x + 16$. (1,5 pt) (1,25)
- b) $8x + 16 = 96 \iff 8x = 80 \iff x = 10$: la photo mesure 10 cm de côté. (1 pt) (1,25)
- c) $8x + 16 \leq 60 \iff 8x \leq 44 \iff x \leq 5,5$; avec $x > 0$: $x \in]0 ; 5,5]$. (1 pt) (1,25)
- d) $(x + 4)^2 = 50 \iff x + 4 = \sqrt{50}$ ou $x + 4 = -\sqrt{50}$. Comme $x + 4 > 0$, on garde $x + 4 = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$, d'où $x = 5\sqrt{2} - 4$ (positif car $\sqrt{50} > \sqrt{16} = 4$). (1,5 pt) (1,25)

Erreur fréquente — $(x + 4)^2$ n'est pas $x^2 + 16$: le double produit $8x$ est justement l'aire utile de la bordure.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).