

Corrigé et barème – Calcul numérique (puissances, racines carrées)

Maîtriser les puissances entières et les racines carrées pour simplifier et calculer efficacement —
programme de 2^{nde} générale

Durée : 90 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2^{nde}

Exercice 1 – Calculs avec des puissances

(4 pts)

- a) L'exposant 6 est pair donc le résultat est positif : $(-2)^6 = 2^6 = 64$. (1)
- b) $\frac{5^{9-4}}{5^6} = 5^{5-6} = 5^{-1} = \frac{1}{5} = 0,2$. (1)
- c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8} = 3,375$. (1)
- d) $-7^2 = -49$ et $(-7)^2 = 49$, donc la somme vaut $-49 + 49 = 0$. (1)

Erreur fréquente — Sans parenthèses, la puissance ne porte jamais sur le signe : -7^2 et $(-7)^2$ sont deux nombres opposés.

Exercice 2 – Notation scientifique et ordres de grandeur

(4 pts)

- a) La virgule est décalée de 7 rangs vers la droite : $0,00000084 = 8,4 \times 10^{-7}$. (1)
- b) $\frac{4,2 \times 5}{7} = 3$ et $10^{6-2-3} = 10^1$, donc le résultat est 3×10^1 , soit 30. (1)
- c) On ramène à la même puissance : $4 \times 10^{-5} = 0,4 \times 10^{-4}$, donc la somme vaut $10 \times 10^{-4} = 1 \times 10^{-3}$. (1)
- d) $\frac{2 \times 10^{-6}}{1,2 \times 10^{-7}} = \frac{2}{1,2} \times 10^{-6+7} = 1,666... \times 10^1$, soit environ 16,7 fois plus grande. (1)

Repère — Une somme de nombres en notation scientifique exige d'abord une puissance de 10 commune, contrairement à un produit ou à un quotient.

Exercice 3 – Racines carrées

(4 pts)

- a) $112 = 16 \times 7$, donc $\sqrt{112} = \sqrt{16} \times \sqrt{7} = 4\sqrt{7}$. (1)
- b) $\sqrt{63} = 3\sqrt{7}$ et $\sqrt{175} = 5\sqrt{7}$, donc $2 \times 3\sqrt{7} - 5\sqrt{7} = 6\sqrt{7} - 5\sqrt{7} = \sqrt{7}$. (1)
- c) En développant : $(\sqrt{11})^2 + 2\sqrt{11} - 2\sqrt{11} - 4 = 11 - 4 = 7$. (1)
- d) $\sqrt{x^2} = |x|$; comme $7 > 4$, on a $\sqrt{7} > 2$ donc $2 - \sqrt{7} < 0$ et le résultat est $\sqrt{7} - 2$. (1)

Le point clé — Avant de supprimer une racine d'un carré, il faut toujours déterminer le signe de l'expression placée sous le carré.

Exercice 4 – Arithmétique et démonstration

(4 pts)

- a) $60 = 1 \times 60 = 2 \times 30 = 3 \times 20 = 4 \times 15 = 5 \times 12 = 6 \times 10$: les diviseurs sont 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60. (1)
- b) 252 et 294 sont divisibles par 2 puis par 3 puis par 7, soit par 42 : $252 = 42 \times 6$ et $294 = 42 \times 7$, donc la fraction vaut $\frac{6}{7}$, irréductible. (1)
- c) $6n + 9 = 3(2n + 3)$ donc c'est un multiple de 3. Si c'était un multiple de 6, il serait pair ; or $6n$ est pair et 9 est impair, donc $6n + 9$ est impair : ce n'est jamais un multiple de 6. (1)
- d) Vrai : avec $a = 2k$ et $b = 2k' + 1$, on a $a + b = 2(k + k') + 1$, qui est de la forme $2K + 1$, donc impair. (1)

À retenir — Une démonstration d'arithmétique consiste à écrire l'entier sous forme générale ($2k$, $2k + 1$, $3k$) puis à mettre en facteur le diviseur visé.

Exercice 5 – Synthèse : aire, radicaux et erreur à corriger*(4 pts)*

- a) Le côté est le nombre positif dont le carré vaut 243 : $\sqrt{243} = \sqrt{81 \times 3} = \sqrt{81} \times \sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ cm. (1)
- b) Périmètre = $4 \times 9\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$ cm, soit environ $36 \times 1,732 = 62,352$, arrondi à 62,4 cm. (1)
- c) Le coefficient 9 doit lui aussi être élevé au carré : $(9\sqrt{3})^2 = 9^2 \times (\sqrt{3})^2 = 81 \times 3 = 243$. On retrouve l'aire de la question a), et non 27. (1)
- d) $2^{25} = 33\,554\,432$, donc $10^7 = 10\,000\,000 < 2^{25} < 100\,000\,000 = 10^8$: le plus petit entier convenable est $n = 8$. (1)

Attention — Dans $(k\sqrt{a})^2$, le carré porte sur les deux facteurs : $(k\sqrt{a})^2 = k^2 \times a$.