Calcul littéral

Fiche méthode

(Maths 2nde · Nombres et calculs · Algèbre)

La démarche face à une expression

1. Je regarde la structure de l'expression : somme, produit, quotient, ou formule à transformer.

2. Je lis la consigne : développer (produit → somme), factoriser (somme → produit), simplifier un quotient, isoler une lettre.

3. J'applique la règle du cas : distributivité, identité remarquable, facteur commun, valeurs interdites, opérations inverses.

4. Je contrôle : je redéveloppe une factorisation, je teste $x = 1$ sur un développement, je fais une application numérique sur une formule.

Le réflexe — un résultat de calcul littéral se contrôle toujours : redévelopper ou tester une valeur prend dix secondes et évite la plupart des erreurs de signe.

Cas 1 · Développer et réduire

Réflexe — chaque produit à part ; parenthèse gardée après un « moins » ; termes de même degré regroupés ; contrôle avec x = 1.

Exemple. Questions types : « Développer et réduire… », « Démontrer que pour tout réel x… ». Exemple : $E = 3(2x - 1) - (x + 4)(x - 2)$.

$3(2x - 1) = 6x - 3$ et $(x + 4)(x - 2) = x^2 - 2x + 4x - 8 = x^2 + 2x - 8$.
$E = 6x - 3 - (x^2 + 2x - 8) = 6x - 3 - x^2 - 2x + 8 = -x^2 + 4x + 5$.
Contrôle en $x = 1$: $3 \times 1 - 5 \times (-1) = 8$ et $-1 + 4 + 5 = 8$.

Attention — $-(x^2 + 2x - 8) = -x^2 - 2x + 8$: tous les signes changent.

Cas 2 · Développer avec une identité remarquable

Réflexe — je nomme a et b, j'écris a^2, $2ab$, b^2 avec des parenthèses.

Exemple. Questions types : « Développer en précisant l'identité utilisée ». Exemple : $(5x - 1)^2$.

Identité $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 5x$ et $b = 1$.
$a^2 = (5x)^2 = 25x^2$; $2ab = 2 \times 5x \times 1 = 10x$; $b^2 = 1$.
Donc $(5x - 1)^2 = 25x^2 - 10x + 1$.

Attention — $(5x)^2 = 25x^2$, pas $5x^2$; et le double produit 2ab ne s'oublie jamais.

Cas 3 · Factoriser

Réflexe — facteur commun d'abord ; sinon 3 termes → $(a \pm b)^2$, 2 termes avec « − » → $a^2 - b^2$; je redéveloppe pour contrôler.

Exemple. Questions types : « Factoriser… », « Factoriser le plus possible ». Exemple : $25 - (x + 2)^2$.

Deux termes séparés par un « moins » : $a^2 - b^2$ avec $a = 5$ et $b = x + 2$.
$25 - (x + 2)^2 = \big(5 - (x + 2)\big)\big(5 + (x + 2)\big) = (3 - x)(7 + x)$.
Contrôle : $(3 - x)(7 + x) = 21 + 3x - 7x - x^2 = -x^2 - 4x + 21$, et $25 - (x^2 + 4x + 4) = -x^2 - 4x + 21$.

Attention — $b = x + 2$ est une parenthèse entière : $5 - (x + 2) = 3 - x$.

Cas 4 · Expressions fractionnaires

Réflexe — valeurs interdites d'abord ; même dénominateur pour une somme ; on ne simplifie qu'un facteur.

Exemple. Questions types : « Donner les valeurs interdites », « Écrire sous la forme d'un seul quotient ». Exemple : $\dfrac{2}{x} - \dfrac{1}{x+5}$.

Valeurs interdites : 0 et -5.

Dénominateur commun $x(x+5)$: $\dfrac{2(x+5)}{x(x+5)} - \dfrac{x}{x(x+5)} = \dfrac{2x+10-x}{x(x+5)} = \dfrac{x+10}{x(x+5)}$, pour $x \neq 0$ et $x \neq -5$.

Attention — le « moins » devant la seconde fraction porte sur tout son numérateur.

Cas 5 · Isoler une variable

Réflexe — j'enlève d'abord ce qui est ajouté ou soustrait, puis je divise par le facteur (non nul).

Exemple. Questions types : « Exprimer ℓ en fonction de P et de L ». Exemple : périmètre d'un rectangle $P = 2(L + \ell)$.

On divise par 2 : $\dfrac{P}{2} = L + \ell$.

On soustrait L : $\ell = \dfrac{P}{2} - L$.

Contrôle : $P = 30$ cm et $L = 9$ cm donnent $\ell = 15 - 9 = 6$ cm, et $2(9+6) = 30$.

Attention — diviser par 2 porte sur tout le membre : $\mathrm{P}/2 = \mathrm{L} + \ell$, pas $\mathrm{P}/2 = \mathrm{L} + 2\ell$.

Les pièges

- $8 - (3\mathrm{x} - 2) = 10 - 3\mathrm{x}$: le « moins » change le signe de -2.
- $(\mathrm{a}+\mathrm{b})^2 \neq \mathrm{a}^2 + \mathrm{b}^2$: il manque le double produit $2\mathrm{ab}$.
- $\mathrm{x}^2 + 16$ ne se factorise pas : une somme de deux carrés reste une somme.
- $(\mathrm{x}+5)/5$ ne se simplifie pas en x : seul un facteur commun se simplifie.
- $1/\mathrm{a} + 1/\mathrm{b} \neq 2/(\mathrm{a}+\mathrm{b})$: on passe au dénominateur commun ab.
- Une forme simplifiée ne supprime pas les valeurs interdites du départ.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).