

Corrigé et barème – Calcul littéral

Développer, factoriser, simplifier des expressions algébriques — socle du programme de 2^{nde} générale

Durée : 90 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2^{nde}

Exercice 1 – Développer et réduire

(4 pts)

- a) $5x^2 + 40x - 2x - 16 = 5x^2 + 38x - 16$ (1)
- b) $(4x)^2 + 2 \times 4x \times 9 + 9^2 = 16x^2 + 72x + 81$ (1)
- c) différence de carrés : $x^2 - 121$ (1)
- d) $-6x + 14 - x - 4 = -7x + 10$ (1)

Erreur fréquente — Un signe « moins » devant une parenthèse change le signe de tous les termes qu'elle contient, pas seulement du premier.

Exercice 2 – Factoriser

(4 pts)

- a) facteur commun $6x : 6x(3x + 4)$ (1)
- b) $100 = 10^2$ et $2 \times x \times 10 = 20x : (x - 10)^2$ (1)
- c) $(x + 6)[(2x - 5) - (x - 1)] = (x + 6)(x - 4)$ (1)
- d) $(4x)^2 - 9^2 = (4x - 9)(4x + 9)$ (1)

Le point clé — On cherche d'abord un facteur commun, éventuellement une parenthèse entière, avant de penser aux identités remarquables.

Exercice 3 – Un quotient

(4 pts)

- a) $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$ s'annule pour $x = 5$ et $x = -5$: ce sont les valeurs interdites. (1)
- b) numérateur : $x(x - 5)$; dénominateur : $(x - 5)(x + 5)$. (1)
- c) pour $x \neq 5$ et $x \neq -5$: $F(x) = \frac{x(x-5)}{(x-5)(x+5)} = \frac{x}{x+5}$. (1)
- d) le numérateur x s'annule pour $x = 0$, valeur autorisée : $S = \{0\}$. (1)

Attention — Simplifier un quotient ne change jamais son ensemble de définition : les valeurs interdites se déterminent avant toute simplification.

Exercice 4 – Montrer que...

(4 pts)

- a) $(x + 8)^2 - 25 = x^2 + 16x + 64 - 25 = x^2 + 16x + 39 = G(x)$, pour tout réel x . (1)
- b) différence de carrés : $(x + 8 - 5)(x + 8 + 5) = (x + 3)(x + 13)$. (1)
- c) $(x + 8)^2 \geq 0$ donc $G(x) \geq -25$; le minimum -25 est atteint pour $x = -8$. (1)
- d) $x^2 + 16x + 39 = 39$ donne $x^2 + 16x = 0$, soit $x(x + 16) = 0$: $S = \{-16 ; 0\}$. (1)

À retenir — « Montrer que » se traite en développant la forme proposée pour retrouver l'expression de départ, jamais en testant une valeur.

Exercice 5 – Avec des entiers*(4 pts)*

- a) $n^2 + 10n + 25 - n^2 - 25 = 10n$. (1)
- b) d'après a), $(n + 5)^2 - n^2 = 10n + 25 = 5(2n + 5)$, produit de 5 par un entier : c'est un multiple de 5. (1)
- c) pour $n = 1$: $(1 + 5)^2 = 36$ alors que $1 + 25 = 26$; l'élève a oublié le double produit $2 \times n \times 5 = 10n$. (1)
- d) $10n + 25 = 105$ donne $10n = 80$, soit $n = 8$ (vérification : $13^2 - 8^2 = 169 - 64 = 105$). (1)

Repère — Un seul contre-exemple suffit à réfuter une égalité, alors qu'aucune vérification numérique ne suffit à la démontrer.