

Devoir surveillé – Suites numériques

Modes de génération, suites arithmétiques et géométriques, sens de variation, approche intuitive de la limite — thème « Suites numériques, modèles discrets » de Spécialité Maths 1re

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques 1^{re}

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Termes et nature de suites

(4 pts)

- a) a) On donne $u_n = 4n - 7$. Que valent u_0 , u_1 et u_{10} ?
- b) b) On donne $w_0 = 1$ et $w_{n+1} = 2w_n + 5$. Que valent w_1 , w_2 et w_3 ?
- c) c) Quelle est la nature de (u_n) ? Même question pour la suite $v_n = 3 \times 1,5^n$. Justifier, puis donner raison et premier terme.
- d) d) Montrer que (w_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

Exercice 2 – Suite arithmétique

(4 pts)

- a) a) (a_n) est arithmétique avec $a_4 = 21$ et $a_9 = 41$. Trouver la raison, le premier terme a_0 et la formule explicite de a_n .
- b) b) Calculer a_{25} .
- c) c) Calculer $S = a_0 + a_1 + \dots + a_{25}$.
- d) d) Quel est le premier rang n pour lequel a_n dépasse 500 ?

Exercice 3 – Population d'une ville

(4 pts)

- a) a) Une ville compte 24 000 habitants en 2026 et sa population diminue de 3 % chaque année. On note p_n la population en 2026 + n .
a) Donner p_1 et p_2 à l'habitant près.
- b) b) Quelle est la nature de (p_n) ? Justifier, puis donner la formule explicite de p_n .
- c) c) Estimer la population en 2040, arrondie à l'unité.
- d) d) Un élève affirme : « 3 % de baisse pendant 14 ans, cela fait 42 % de baisse, donc 13 920 habitants en 2040. » Où est l'erreur ? Quel est le pourcentage de baisse réel entre 2026 et 2040 (au dixième près) ?

Exercice 4 – Sens de variation

(4 pts)

- a) a) Quel est le sens de variation de la suite $u_n = n^2 - 5n$ sur $\mathbb{N}$? Justifier.
- b) b) Même question pour $v_n = 7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$.
- c) c) Soit $w_n = 2^n - 3n$. Montrer que $w_{n+1} - w_n = 2^n - 3$, puis préciser à partir de quel rang (w_n) croît.
- d) d) La suite $t_n = (-0,5)^n$ est-elle monotone ? Justifier.

Exercice 5 – Somme, démonstration et algorithme*(4 pts)*

- a) (v_n) est la suite géométrique de premier terme $v_0 = 5$ et de raison 1,2.
- a) Donner la formule explicite de v_n et la valeur de v_4 .
- b) Calculer $v_0 + v_1 + \dots + v_9$, arrondi au centième.
- c) Démontrer que, pour tout réel $q \neq 1$ et tout entier n , $1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$.
- d) Rédiger en Python une boucle `while` qui renvoie le premier rang n vérifiant $v_n > 100$. Quelle valeur obtient-on ?

Bon courage !