

Corrigé et barème – Suites numériques

Modes de génération, suites arithmétiques et géométriques, sens de variation, approche intuitive de la limite — thème « Suites numériques, modèles discrets » de Spécialité Maths 1re

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques 1^{re}

Exercice 1 – Termes et nature de suites

(4 pts)

- a) $u_0 = -7, u_1 = -3, u_{10} = 33$. (1)
- b) $w_1 = 7, w_2 = 19, w_3 = 43$. (1)
- c) $u_{n+1} - u_n = 4$: arithmétique, $r = 4, u_0 = -7$. $v_{n+1}/v_n = 1,5$: géométrique, $q = 1,5, v_0 = 3$. (1)
- d) $w_1 - w_0 = 6 \neq w_2 - w_1 = 12$: pas arithmétique. $w_1/w_0 = 7 \neq w_2/w_1 = 19/7$: pas géométrique. (1)

Le point clé — Une nature se prouve pour tout n avec la formule, mais un contre-exemple sur deux différences ou deux quotients suffit à la réfuter.

Exercice 2 – Suite arithmétique

(4 pts)

- a) $5r = 41 - 21 = 20, r = 4 ; a_0 = 21 - 16 = 5 ; a_n = 5 + 4n$. (1)
- b) $a_{25} = 5 + 100 = 105$. (1)
- c) 26 termes : $S = 26 \times \frac{5+105}{2} = 1430$. (1)
- d) $5 + 4n > 500 \iff n > 123,75 : n = 124$ ($a_{124} = 501$). (1)

Repère — De a_0 à a_{25} , il y a 26 termes : le nombre de termes est toujours « dernier indice – premier indice + 1 ».

Exercice 3 – Population d'une ville

(4 pts)

- a) $p_1 = 24000 \times 0,97 = 23280 ; p_2 = 23280 \times 0,97 \approx 22582$. (1)
- b) Baisse de 3 % = multiplication par 0,97 : géométrique de raison 0,97, $p_n = 24000 \times 0,97^n$. (1)
- c) $n = 14 : p_{14} = 24000 \times 0,97^{14} \approx 24000 \times 0,6528 \approx 15668$ habitants. (1)
- d) Les pourcentages successifs se multiplient, ils ne s'additionnent pas : coefficient $0,97^{14} \approx 0,653$, soit une baisse d'environ 34,7 % (et non 42 %). (1)

Erreur fréquente — Des évolutions successives en pourcentage se traduisent par un produit de coefficients, jamais par une somme de pourcentages.

Exercice 4 – Sens de variation

(4 pts)

- a) $u_{n+1} - u_n = 2n - 4$: négatif pour $n \leq 1$, nul pour $n = 2$, positif dès $n = 3$. Décroissante du rang 0 au rang 2, croissante à partir du rang 2. (1)
- b) $v_n > 0$ et $v_{n+1}/v_n = \frac{2}{3} < 1$: décroissante. (1)
- c) $w_{n+1} - w_n = 2^n - 3$: négatif pour $n = 0$ et $n = 1$, positif dès $n = 2$ ($4 - 3 = 1$). Croissante à partir du rang 2. (1)
- d) Non : $t_0 = 1, t_1 = -0,5, t_2 = 0,25$; raison négative, les signes alternent. (1)

Attention — Le critère du quotient exige des termes strictement positifs ; une suite géométrique de raison négative n'est jamais monotone.

Exercice 5 – Somme, démonstration et algorithme*(4 pts)*

- a) $v_n = 5 \times 1,2^n$; $v_4 = 5 \times 2,0736 = 10,368$. (1)
- b) 10 termes : $5 \times \frac{1,2^{10}-1}{1,2-1} = 25 \times (6,1917 - 1) \approx 129,79$. (1)
- c) Poser $S = 1 + q + \dots + q^n$; $qS = q + \dots + q^{n+1}$; $S - qS = 1 - q^{n+1}$; $(1 - q)S = 1 - q^{n+1}$ et $q \neq 1$ permet de diviser. (1)
- d) `v = 5 ; n = 0 ; while v <= 100 : v = 1.2*v ; n = n + 1 ; print(n)` → affiche 17 ($v_{16} \approx 92,4$, $v_{17} \approx 110,9$). (1)

Astuce — Pour $q > 1$, écrire la somme sous la forme $(q^{n+1} - 1)/(q - 1)$ évite de manipuler deux signes négatifs.