

Devoir surveillé – Suites géométriques

Définition par récurrence, raison, terme général $u(n) = u(0) \times q^n$, sens de variation selon q ($q > 0$), somme $1 + q + \dots + q^n$ et somme de termes consécutifs, comportement de q^n (approche intuitive), modélisation d'évolutions à taux constant

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques 1^{re}

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Terme général et variations

(4 pts)

La suite (u_n) est géométrique de premier terme $u_0 = 0,3$ et de raison 5. a) Calculer u_1 et u_2 .

- a) Exprimer u_n en fonction de n .
- b) Calculer u_6 .
- c) Étudier le sens de variation de (u_n) .

Exercice 2 – Reconnaître une suite géométrique

(4 pts)

Pour tout n , on pose $u_n = \frac{5 \times 2^n}{3^{n+1}}$. a) Montrer que (u_n) est géométrique ; préciser sa raison et son premier terme.

- a) Étudier le sens de variation de (u_n) .
- b) Décrire le comportement de u_n lorsque n devient très grand.
- c) Un élève affirme : « la suite définie par $v_n = n \times 2^n$ est géométrique car elle contient 2^n . » Montrer qu'il a tort.

Exercice 3 – Sommes

(4 pts)

- a) Calculer $S_1 = 1 + 7 + 7^2 + \dots + 7^6$.
- b) Calculer $S_2 = 1\,250 - 250 + 50 - 10 + 2$ à l'aide de la formule du cours, puis vérifier.
- c) Calculer $S_3 = 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{12}$.
- d) Un élève écrit $S_1 = \frac{1 - 7^6}{1 - 7}$. Expliquer son erreur.

Exercice 4 – Un abonnement qui augmente

(4 pts)

Un abonnement coûte 39 € par mois en 2026 ; son prix augmente de 3,5 % chaque année. On note A_n le prix mensuel en 2026 + n . a) Calculer A_1 et A_2 (au centime).

- a) Justifier que (A_n) est géométrique et exprimer A_n en fonction de n .
- b) Calculer le prix mensuel en 2034, au centime.
- c) Calculer le pourcentage d'augmentation global entre 2026 et 2034, à 0,1 % près. Pourquoi n'est-il pas de 28 % ?

Exercice 5 – Seuil et algorithme

(4 pts)

Une forêt de 2 400 ha perd 6 % de sa surface chaque année. On note S_n sa surface, en hectares, au bout de n années. a) Exprimer S_n en fonction de n en justifiant.

- a) Écrire une fonction Python qui renvoie le plus petit n tel que $S_n < 1\,200$.
- b) Quelle valeur cette fonction renvoie-t-elle ? Justifier par deux valeurs de S_n arrondies au dixième.
- c) Justifier que, selon ce modèle, la surface finit par devenir inférieure à 1 ha.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).