

Devoir surveillé – Suites arithmétiques

Définition par récurrence, raison, terme général $u(n) = u(0) + nr$, sens de variation selon le signe de r , représentation (points alignés), somme $1 + 2 + \dots + n$ et somme de termes consécutifs, modélisation d'évolutions à accroissement constant

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques 1^{re}

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Reconnaître et exprimer une suite arithmétique (4 pts)

- a) On considère la suite définie par $u_0 = 14$ et $u_{n+1} = u_n - 0,7$ pour tout entier naturel n . Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
- b) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison et son sens de variation.
- c) Exprimer u_n en fonction de n .
- d) Calculer u_{50} , puis déterminer le rang du premier terme strictement négatif.

Exercice 2 – Deux termes connus (4 pts)

- a) La suite (u_n) est arithmétique, avec $u_4 = -3$ et $u_{13} = 21$. Déterminer sa raison.
- b) Calculer u_0 .
- c) Montrer que, pour tout n , $u_n = \frac{8n - 41}{3}$.
- d) Le nombre 101 est-il un terme de la suite ? Et le nombre 100 ?

Exercice 3 – Sommes (4 pts)

- a) Calculer $1 + 2 + \dots + 120$.
- b) En déduire $41 + 42 + \dots + 120$.
- c) Calculer la somme des multiples de 3 compris entre 3 et 150 (inclus).
- d) Soit $u_n = 1 + 4n$ et $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$. Montrer que $S_n = (n + 1)(2n + 1)$, puis déterminer n tel que $S_n = 1\,225$.

Exercice 4 – Un entraînement progressif

(4 pts)

- a) Une cycliste parcourt 12 km la première semaine, puis 1,8 km de plus chaque semaine. On note d_n la distance (en km) parcourue la n -ième semaine ($n \geq 1$). Exprimer d_n en fonction de n .
- b) À partir de quelle semaine parcourt-elle au moins 50 km ?
- c) Calculer la distance totale parcourue au cours des semaines 1 à 23.
- d) On considère la fonction ci-dessous. Quelle valeur renvoie-t-elle ? Que changerait la condition $d \leq 50$?

```
def semaine():  
    n = 1  
    d = 12  
    while d < 50:  
        n = n + 1  
        d = d + 1.8  
    return n
```

Exercice 5 – Démontrer et corriger

(4 pts)

- a) Démontrer que, pour tout entier $n \geq 1$, $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.
- b) Soit $u_n = (n+4)^2 - n^2$ pour tout entier naturel n . Montrer que (u_n) est arithmétique ; préciser sa raison et son premier terme.
- c) Un élève écrit : « $u_0 + u_1 + \dots + u_9 = 10 \times \frac{u_0 + u_{10}}{2}$ ». Expliquer son erreur et calculer la somme correcte.
- d) On pose $w_n = u_{2n}$. Montrer que (w_n) est arithmétique et préciser sa raison.

Bon courage !