

Second degré

Le second degré, c'est savoir lire une parabole, résoudre $ax^2+bx+c=0$ avec le discriminant, factoriser un trinôme et en déterminer le signe : la base de toute la 1re et de la Terminale.

1 Définitions

- **Trinôme** : $f(x)=ax^2+bx+c$ avec $a \neq 0$ (forme développée).
- **Parabole** : courbe de f , tournée vers le haut si $a > 0$, vers le bas si $a < 0$; axe de symétrie $x=-\frac{b}{2a}$; sommet $S(-\frac{b}{2a} ; \frac{4ac-b^2}{4a})$.
- **Racine** : réel x tel que $f(x)=0$ (abscisse d'un point commun avec l'axe des abscisses).
- **Discriminant** : $\Delta=b^2-4ac$.

2 Formules

- **Forme canonique** : $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$, $\alpha=-\frac{b}{2a}$, $\beta=f(\alpha)=-\frac{\Delta}{4a}$.
- **Racines** : si $\Delta > 0$, $x_{1,2}=\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$; si $\Delta=0$, $x_0=-\frac{b}{2a}$; si $\Delta < 0$, aucune.
- **Forme factorisée** : $a(x-x_1)(x-x_2)$ si $\Delta > 0$; $a(x-x_0)^2$ si $\Delta=0$.
- **Somme et produit** : $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, $x_1x_2=\frac{c}{a}$; deux nombres de somme S et produit P sont solutions de $t^2-St+P=0$.

3 Signe et variations

- Le trinôme est du **signe de a à l'extérieur des racines**, du signe de $-a$ entre les racines, nul aux racines.
- Si $\Delta < 0$: signe de a pour tout x .
- $a > 0$: décroissante puis croissante, **minimum** β en α . $a < 0$: croissante puis décroissante, **maximum** β en α .

4 Méthodes

1. **Équation** : tout ramener à $ax^2+bx+c=0$; chercher une factorisation évidente ; sinon Δ , puis conclure selon son signe.
2. **Inéquation** : racines, tableau de signes (signe de a à l'extérieur), lecture des solutions avec les bons crochets.
3. **Extremum** : $\alpha=-\frac{b}{2a}$, $\beta=f(\alpha)$, nature selon le signe de a .
4. **Racine évidente** : tester $0, 1, -1, 2$; l'autre racine vaut $\frac{c}{a}$ divisé par la première.

5 Pièges

- b^2 est toujours positif : $(-5)^2=25$. Et $-4ac > 0$ si a et c sont de signes contraires.
- Ne pas oublier le facteur a dans $a(x-x_1)(x-x_2)$.
- Ne jamais diviser par x : factoriser.
- Quand $a < 0$, $\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ est la plus grande racine.
- Une équation quotient a des valeurs interdites : les vérifier à la fin.

L'ESSENTIEL

- Un trinôme ax^2+bx+c ($a \neq 0$) se représente par une parabole de sommet $S(\alpha ; \beta)$ avec $\alpha=-\frac{b}{2a}$.
- $\Delta=b^2-4ac$: deux racines si $\Delta > 0$, une racine double si $\Delta=0$, aucune si $\Delta < 0$.

- Si $\Delta > 0$, les racines sont $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$.
- Le trinôme est du signe de a à l'extérieur des racines et du signe de $-a$ entre elles.
- Somme des racines $-\frac{b}{a}$, produit $\frac{c}{a}$: à utiliser pour trouver la seconde racine ou vérifier.