

Corrigé et barème – Second degré

Polynômes du second degré, forme canonique, discriminant, signe du trinôme et somme-produit des racines — programme de 1re Spé Maths (BO 2026)

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques 1^{re}

Exercice 1 – Résolution d'équations

(4 pts)

- a) $\Delta = 25 + 96 = 121 = 11^2$; $x = \frac{5-11}{4} = -\frac{3}{2}$ ou $x = \frac{5+11}{4} = 4$; $S = \{-\frac{3}{2}; 4\}$. (1)
 b) $\Delta = 16 - 28 = -12 < 0$; aucune solution réelle : $S = \emptyset$. (1)
 c) $\Delta = 400 - 400 = 0$; racine double $x_0 = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$; $S = \{\frac{2}{5}\}$ (on reconnaît $(5x - 2)^2$). (1)
 d) $3x^2 + 12x - 2x - 8 = x^2 - 8 \Leftrightarrow 2x^2 + 10x = 0 \Leftrightarrow 2x(x + 5) = 0$; $S = \{-5; 0\}$ (pas de discriminant nécessaire, ne pas diviser par x). (1)

Erreur fréquente — Développer et tout ramener à zéro avant de calculer le discriminant ; quand le terme constant disparaît, on factorise par x sans jamais diviser par x .

Exercice 2 – Forme canonique et variations

(4 pts)

- a) $\alpha = -\frac{10}{2} = -5$, $\beta = f(5) = -25 + 50 - 21 = 4$; $f(x) = -(x - 5)^2 + 4$. (1)
 b) $a = -1 < 0$: f croissante sur $] -\infty ; 5]$, décroissante sur $[5 ; +\infty[$; maximum 4 atteint en $x = 5$. (1)
 c) $-(x - 5)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 5)^2 = 4 \Leftrightarrow x = 3$ ou $x = 7$; $f(x) = -(x - 3)(x - 7)$. (1)
 d) $a < 0$: $f(x) \geq 0$ entre les racines, bornes incluses ; $S = [3 ; 7]$. (1)

Le point clé — La forme canonique donne d'un coup le sommet, les variations et, si β et a sont de signes contraires, les racines par une simple équation $X^2 = k$.

Exercice 3 – Signe d'un trinôme et inéquations

(4 pts)

- a) $\Delta = 1 + 288 = 289 = 17^2$; $x_1 = \frac{1-17}{12} = -\frac{4}{3}$ et $x_2 = \frac{1+17}{12} = \frac{3}{2}$. (1)
 b) $a = 6 > 0$: $g(x) > 0$ sur $] -\infty ; -\frac{4}{3}[$ et sur $]\frac{3}{2} ; +\infty[$, $g(x) < 0$ sur $]-\frac{4}{3} ; \frac{3}{2}[$, nul en $-\frac{4}{3}$ et $\frac{3}{2}$. (1)
 c) $S = [-\frac{4}{3} ; \frac{3}{2}]$ (bornes incluses, inégalité large). (1)
 d) Valeur interdite $x = 1$; $1 - x > 0$ pour $x < 1$. Tableau à trois lignes : le quotient est strictement positif sur $] -\infty ; -\frac{4}{3}[$ ($g > 0, 1 - x > 0$) et sur $]1 ; \frac{3}{2}[$ ($g < 0, 1 - x < 0$) ; $S =] -\infty ; -\frac{4}{3}[\cup]1 ; \frac{3}{2}[$. (1)

Attention — Le signe de $1 - x$ est l'inverse de celui de $x - 1$: dans un tableau de signes, on place chaque facteur sur sa propre ligne et on n'oublie pas la double barre à la valeur interdite.

Exercice 4 – Somme, produit et paramètre

(4 pts)

- a) $4 - 30 + 26 = 0$; produit $\frac{c}{a} = 26$ donc l'autre racine est $\frac{26}{2} = 13$ (contrôle : $2 + 13 = 15$). (1)
 b) Solutions de $t^2 + 3t - 28 = 0$: $\Delta = 9 + 112 = 121$, $t = \frac{-3 \pm 11}{2}$; les réels sont -7 et 4 . (1)
 c) $\Delta = (k - 1)^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow k - 1 = 4$ ou $k - 1 = -4$; $k = 5$ ou $k = -3$. (1)
 d) Pour $k = 5$: $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$; racine double $x_0 = -2$. (1)

Astuce — Somme et produit permettent de vérifier n'importe quelle résolution en dix secondes : si $x_1 + x_2 \neq -\frac{b}{a}$, il y a une erreur de calcul quelque part.

Exercice 5 – Dimensions d'un rectangle*(4 pts)*

- a) $2(L + \ell) = 34$ donne $L + \ell = 17$, et $L\ell = 60$: deux réels de somme 17 et de produit 60 sont les solutions de $t^2 - 17t + 60 = 0$. (1)
- b) $\Delta = 289 - 240 = 49$; $t = \frac{17 \pm 7}{2}$: 5 et 12 ; $L = 12$ cm et $\ell = 5$ cm. (1)
- c) Il faudrait $t^2 - 17t + 80 = 0$; $\Delta = 289 - 320 = -31 < 0$: impossible, un tel rectangle n'existe pas. (1)
- d) Pour $L + \ell = 17$, l'aire est $A(\ell) = \ell(17 - \ell) = -\ell^2 + 17\ell$, maximale en $\ell = \frac{17}{2} = 8,5$ avec $A = 72,25$ cm² (le carré) ; l'aire 60 cm² n'est donc pas la plus grande possible. (1)

Repère — Périmètre et aire fixés, c'est une équation somme-produit ; périmètre fixé seul, c'est un trinôme à maximiser, et le maximum est toujours le carré.