

Devoir surveillé – Second degré : signe du trinôme et inéquations

Signe de $ax^2 + bx + c$ selon le discriminant, tableau de signes, résolution d'inéquations du second degré, inéquations produit et quotient, position relative de deux courbes, problèmes d'optimisation simples

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques 1^{re}

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Signe de trinômes

(4 pts)

- a) Étudier le signe de $x^2 + 4x - 21$ selon les valeurs de x .
- b) Étudier le signe de $-3x^2 + 12x - 12$.
- c) Étudier le signe de $5x^2 - 4x + 2$.
- d) En déduire les solutions de $x^2 + 4x - 21 \geq 0$.

Exercice 2 – Inéquations du second degré

(4 pts)

- a) Résoudre $x^2 \leq 3x$.
- b) Résoudre $3x^2 + 2x - 5 > 0$.
- c) Résoudre $-x^2 + x - 1 > 0$.
- d) Résoudre $(x + 2)^2 \geq 2x + 15$ (valeurs exactes).

Exercice 3 – Produit et quotient

(4 pts)

- a) Dresser le tableau de signes de $P(x) = (3 - x)(x^2 - 6x + 5)$.
- b) Résoudre $P(x) \geq 0$.
- c) Résoudre $\frac{x^2 - 6x + 5}{x + 2} < 0$.
- d) Un élève affirme : « on peut multiplier par $x + 2$, donc l'inéquation du c) équivaut à $x^2 - 6x + 5 < 0$ ». Expliquer son erreur à l'aide de $x = -3$.

Exercice 4 – Position relative

(4 pts)

- a) Soit $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ et $g(x) = x + 7$. Montrer que $f(x) - g(x) = 2(x - 3)(x + 1)$.
- b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
- c) Étudier la position relative de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
- d) Soit $h(x) = x^2 - 3x + 4$. Étudier la position relative de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_h$.

Exercice 5 – Un jardin rectangulaire

(4 pts)

- a) Un jardin rectangulaire a un périmètre de 26 m ; on note x la longueur d'un côté. Montrer que son aire est $A(x) = -x^2 + 13x$, avec $x \in]0; 13[$.
- b) Déterminer l'aire maximale du jardin et la valeur de x correspondante.
- c) Pour quelles valeurs de x l'aire est-elle au moins égale à 36 m² ?
- d) Justifier par un calcul que l'aire ne peut pas valoir 42,5 m².

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).