

Corrigé et barème – Indépendance et répétition d'épreuves

Événements indépendants, indépendance et événements contraires, succession de deux épreuves indépendantes, épreuve de Bernoulli, répétition d'épreuves identiques et indépendantes (arbres, $n \leq 4$)

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques 1^{re}

Exercice 1 – Tester l'indépendance

(4 pts)

- a) $P(A) \times P(B) = 0,55 \times 0,2 = 0,11 = P(A \cap B) \rightarrow$ **indépendants**. (1)
- b) $P(A \cup B) = 0,55 + 0,2 - 0,11 = 0,64$. (1)
- c) $\overline{A}$ et B indépendants (contraire) : $0,45 \times 0,2 = 0,09$. (1)
- d) $P(B) \neq 0$ et indépendance $\rightarrow P_B(A) = P(A) = 0,55$. (1)

Erreur fréquente — Conclure à l'indépendance sans avoir comparé explicitement $P(A \cap B)$ au produit $P(A) \times P(B)$.

Exercice 2 – Indépendance et contraires

(4 pts)

- a) $P(B) = 0,65$; $P(A \cap B) = 0,8 \times 0,65 = 0,52$. (1)
- b) $\overline{A}$, $\overline{B}$ indépendants : $0,2 \times 0,35 = 0,07$. (1)
- c) Contraire de $\overline{A} \cap \overline{B}$: $1 - 0,07 = 0,93$. (1)
- d) $0,93 - 0,52 = 0,41$ (contrôle : $0,8 \times 0,35 + 0,2 \times 0,65 = 0,28 + 0,13$). (1)

À retenir — « Au moins un » se calcule le plus vite par le contraire « aucun », qui est une intersection de contraires indépendants.

Exercice 3 – Démonstration et incompatibilité

(4 pts)

- a) $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B})$ (incompatibles, réunion A) ; donc $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A)P(B) = P(A)(1 - P(B)) = P(A)P(\overline{B}) \rightarrow$ **indépendants**. (1)
- b) $P(C \cap D) = 0$ mais $P(C)P(D) = 0,1125 \neq 0 \rightarrow$ **non indépendants**. (1)
- c) Incompatibles : $0,25 + 0,45 = 0,7$. (1)
- d) Il confond avec « incompatibles » : des événements indépendants de probabilités non nulles vérifient $P(A \cap B) = P(A)P(B) > 0$, donc **ont des issues communes**. (1)

Le point clé — Dans la démonstration, tout repose sur la partition de A en $A \cap B$ et $A \cap \overline{B}$; il faut l'écrire explicitement.

Exercice 4 – Un sac et une roue

(4 pts)

- a) $P(G) = \frac{3}{8} = 0,375$; épreuves indépendantes : $0,375 \times 0,16 = 0,06$. (1)
- b) $P(\overline{G} \cap \overline{J}) = 0,625 \times 0,84 = 0,525$. (1)
- c) $P(G \cup J) = 1 - 0,525 = 0,475$. (1)
- d) $G \subset E$ donc $P(G \cap E) = 0,375$; $P(G)P(E) = 0,375 \times 0,475 = 0,178125 \rightarrow$ **non indépendants**. (1)

Attention — Deux épreuves indépendantes n'impliquent pas que tous les événements construits à partir d'elles soient indépendants entre eux.

Exercice 5 – Quatre lancers francs

(4 pts)

- a) Répétition de 4 épreuves de Bernoulli ($p = 0,75$) : $0,75^4 = 0,31640625 \approx 0,3164$. (1)
- b) $0,25^4 = 0,00390625 \approx 0,0039$. (1)
- c) 4 chemins de probabilité $0,75^3 \times 0,25 = 0,10546875 : 0,421875 \approx 0,4219$. (1)
- d) Contraire de « 3 ou 4 » : $1 - 0,31640625 - 0,421875 = 0,26171875 \approx 0,2617$. (1)

Repère — Pour « exactement k succès », on multiplie toujours la probabilité d'un chemin par le nombre de chemins lus sur l'arbre.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).