

Devoir surveillé – Probabilités conditionnelles et indépendance

Probabilité d'un événement sachant un autre, formule des probabilités totales et indépendance —
programme de 1re Spé Maths

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques 1^{re}

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Exercice 1 — Tableau croisé dans un club sportif (4 pts)

- a) Un club compte 200 adhérents : 120 adultes et 80 jeunes. 84 adultes et 56 jeunes possèdent une licence « compétition », les autres une licence « loisir ». On choisit un adhérent au hasard ; J : « c'est un jeune », C : « il possède une licence compétition ».

a) Recopier et compléter le tableau des effectifs.

	Compétition	Loisir	Total
Adultes	84	...	120
Jeunes	56	...	80
Total	...	...	200

- b) b) Calculer $P(C)$ et $P(J \cap C)$.
 c) c) Calculer $P_J(C)$ et $P_C(J)$. Interpréter $P_C(J)$ par une phrase.
 d) d) Les événements J et C sont-ils indépendants ? Justifier.

Exercice 2 – Exercice 2 — Reprise des plants d'une pépinière (4 pts)

- a) Une pépinière achète 65 % de ses plants au producteur A et 35 % au producteur B . Après plantation, 92 % des plants de A et 84 % des plants de B reprennent. On choisit un plant au hasard ; R : « le plant reprend ».
- a) Construire l'arbre pondéré de la situation.
- b) b) Calculer la probabilité que le plant provienne de A et ne reprenne pas.
- c) c) Montrer que $P(R) = 0,892$.
- d) d) Le plant n'a pas repris. Calculer la probabilité qu'il provienne du producteur B ; donner la valeur exacte sous forme de fraction irréductible puis l'arrondi au millièème.

Exercice 3 – Exercice 3 — Deux événements indépendants (4 pts)

- a) A et B sont deux événements indépendants tels que $P(A) = 0,36$ et $P(A \cup B) = 0,712$.
- a) Exprimer $P(A \cup B)$ en fonction de $P(B)$.
- b) b) En déduire la valeur de $P(B)$.
- c) c) Calculer $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ de deux façons différentes.
- d) d) Calculer $P_{\overline{B}}(A)$ en justifiant sans calcul de quotient.

Exercice 4 – Exercice 4 — Lancers francs*(4 pts)*

- a) Un joueur réussit chaque lancer franc avec la probabilité 0,65, indépendamment des autres. Il tire 4 lancers francs.
- a) Calculer la probabilité qu'il réussisse les 4 lancers (arrondir au millième).
- b) Calculer la probabilité qu'il réussisse exactement 3 lancers (arrondir au millième).
- c) Calculer la probabilité qu'il réussisse au moins un lancer (arrondir au millième).
- d) Sachant qu'il a réussi au moins un lancer, calculer la probabilité qu'il les ait tous réussis (arrondir au millième).

Exercice 5 – Exercice 5 — Contrôle antidopage*(4 pts)*

- a) Dans une compétition, on estime que 3 % des sportifs sont dopés. Un test est positif pour 96 % des sportifs dopés et pour 2 % des sportifs non dopés. On note D : « le sportif est dopé » et T : « le test est positif ».
- a) Calculer $P(T)$.
- b) Un sportif est contrôlé positif. Calculer la probabilité qu'il soit effectivement dopé (arrondir au millième).
- c) Un journaliste écrit : « le test est fiable à 96 %, donc un sportif positif est dopé à 96 % ». Expliquer précisément son erreur.
- d) Un sportif est contrôlé négatif. Calculer la probabilité qu'il soit tout de même dopé (arrondir à 10^{-4}).

Bon courage !