

Devoir surveillé – Géométrie dans le plan et le repère

Vecteurs, droites, cercles et transformations dans le plan cartésien — programme de Spécialité Maths 1re

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques 1^{re}

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Points, vecteurs et configuration (4 pts)

- a) a) On donne $A(-5; 3)$, $B(1; -5)$ et $C(4; 0)$. Calculer la longueur AB et les coordonnées du milieu I de $[AB]$.
- b) b) Les points A , B et C sont-ils alignés ? Justifier.
- c) c) Le triangle ABC est-il rectangle en C ? Justifier.
- d) d) Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme.

Exercice 2 – Droites parallèles et perpendiculaires (4 pts)

- a) a) On considère $d_1 : 7x - 2y + 9 = 0$. Donner un vecteur normal et un vecteur directeur de d_1 .
- b) b) Déterminer une équation cartésienne de la parallèle à d_1 passant par $P(3; -4)$.
- c) c) Déterminer une équation cartésienne de la perpendiculaire à d_1 passant par P .
- d) d) Préciser la position relative de d_1 et de $d_2 : 14x - 4y - 1 = 0$.

Exercice 3 – Distance, projeté orthogonal et tangence (4 pts)

- a) a) Calculer la distance du point $M(9; 7)$ à la droite $d : 4x - 3y - 12 = 0$.
- b) b) Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de M sur d .
- c) c) Le cercle de centre M et de rayon 0,5 coupe-t-il la droite d ? Justifier.
- d) d) Déterminer le rayon du cercle de centre M tangent à d , puis donner son équation réduite.

Exercice 4 – Étude d'un cercle (4 pts)

- a) a) Montrer que l'ensemble $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + 4x - 10y + 20 = 0$ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.
- b) b) Le point $R(1; 5)$ appartient-il à $\mathcal{C}$? Justifier.
- c) c) Déterminer une équation cartésienne de la tangente à $\mathcal{C}$ en R .
- d) d) Déterminer les points d'intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des ordonnées.

Exercice 5 – Une famille de droites horizontales (4 pts)

- a) a) Montrer que $\Gamma : x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$ est le cercle de centre $\Omega(1; 1)$ et de rayon 5.
- b) b) Déterminer les valeurs du réel t pour lesquelles la droite d'équation $y = t$ coupe Γ en deux points distincts.
- c) c) Un élève affirme que la droite $y = 6$ coupe Γ en deux points. Expliquer son erreur et donner la conclusion correcte.
- d) d) Déterminer les points communs à Γ et à la droite d'équation $y = -2$.

Bon courage !