

Devoir surveillé – Suites numériques, arithmétiques et géométriques — niveau ★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques 1^{re}

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes

(5 pts)

- a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3n^2 - 2n$. Calculer u_0 , u_4 et u_{10} .
- b) La suite (a_n) est définie par $a_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_{n+1} = 3a_n - 4$. Calculer a_1 , a_2 et a_3 .
- c) La suite (v_n) est arithmétique de premier terme $v_0 = 7$ et de raison -4 . Exprimer v_n en fonction de n , puis calculer v_{15} .
- d) La suite (w_n) est géométrique de premier terme $w_0 = 5$ et de raison 3 . Exprimer w_n en fonction de n , puis calculer w_4 .
- e) Calculer la somme $S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^6$ à l'aide de la formule du cours, puis vérifier en additionnant les termes.

Exercice 2 – Reconnaître une suite

(4 pts)

- a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 5 - 2n$. Montrer que (u_n) est arithmétique ; préciser sa raison et son premier terme.
- b) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = \frac{3^{n+1}}{2}$. Montrer que (v_n) est géométrique ; préciser sa raison et son premier terme.
- c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n = n^2 + 1$. Montrer que (w_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
- d) On reprend la suite (u_n) du a). Calculer $u_0 + u_1 + \dots + u_{20}$.

Exercice 3 – Variations et limites

(4 pts)

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $u_n = \frac{n+2}{n+1}$.

- a) Calculer u_0 , u_1 et u_2 .

- a) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = \frac{-1}{(n+1)(n+2)}$. En déduire le sens de variation de (u_n) .
- b) Étudier le sens de variation des suites définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = 4 \times 0,8^n$ et $w_n = -3 \times 2^n$.
- c) Calculer u_{99} et une valeur approchée de v_{30} à 10^{-3} près. Conjecturer la limite de (u_n) et celle de (v_n) .

Exercice 4 – Problème — Deux placements*(7 pts)*

Le 1er janvier 2026, Inès dispose de 2 000 euros. Avec le placement A, son capital augmente de 150 euros chaque année. Avec le placement B, il augmente de 5 % chaque année. On note A_n et B_n les capitaux, en euros, au bout de n années ; ainsi $A_0 = B_0 = 2\,000$.

a) Calculer A_1 , B_1 et B_2 .

a) Préciser la nature de la suite (A_n) et exprimer A_n en fonction de n .

b) Préciser la nature de la suite (B_n) et exprimer B_n en fonction de n .

c) Calculer A_{10} et B_{10} (au centime). Quel placement est le plus avantageux au bout de 10 ans ?

d) Recopier et compléter la fonction suivante pour qu'elle renvoie le plus petit entier n tel que $B_n > A_n$.

```
def rang():  
    n = 0  
    a = 2000  
    b = 2000  
    while ..... :  
        n = n + 1  
        a = .....  
        b = .....  
    return n
```

e) Quelle valeur cette fonction renvoie-t-elle ? Justifier à l'aide de valeurs de A_n et B_n , puis interpréter.

Bon courage !