

Devoir surveillé – Second degré : forme canonique, équations, signe du trinôme et inéquations — niveau ★★

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques 1^{re}

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes

(4 pts)

- a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $3x^2 = 2x + 8$.
- b) Dresser le tableau de signes de $-2x^2 + 5x + 3$.
- c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2 + 2x + 7 \leq 0$.
- d) Écrire $x^2 - 6x + 11$ sous forme canonique et en déduire que ce trinôme ne s'annule jamais.

Exercice 2 – Qui a raison ?

(4 pts)

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse, en justifiant.

- a) Léa : « Pour tout réel x , $x^2 - 3x + 3 > 0$. »
- b) Hugo : « L'inéquation $x^2 > 4$ équivaut à $x > 2$. »
- c) Inès : « Si a et c sont de signes contraires, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux solutions distinctes. »
- d) Tom : « L'inéquation $\frac{1}{x} < 1$ équivaut à $x > 1$. »

Exercice 3 – Une équation à paramètre

(4 pts)

Pour tout réel m , on considère l'équation $(E_m) : x^2 - 2mx + m + 6 = 0$.

- a) Montrer que le discriminant de (E_m) vaut $\Delta = 4(m^2 - m - 6)$.
- b) Étudier le signe de $m^2 - m - 6$ selon les valeurs de m .
- c) En déduire, selon les valeurs de m , le nombre de solutions de (E_m) .
- d) Pour chaque valeur de m donnant une solution unique, préciser cette solution.

Exercice 4 – Deux courbes et un quotient

(4 pts)

Soit $f(x) = x^2 - 2x - 1$ et $g(x) = 2x + 4$, de courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

- a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
- b) Étudier la position relative de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
- c) Résoudre l'inéquation $\frac{x^2 - 4x - 5}{2 - x} \geq 0$.
- d) Expliquer pourquoi 2 est exclu de l'ensemble des solutions du c) alors que -1 et 5 y figurent.

Exercice 5 – Problème — Bénéfice d'un artisan*(4 pts)*

Un artisan fabrique et vend x centaines d'objets par mois, avec $x \in [0 ; 10]$. Le coût de production est $C(x) = x^2 + 2x + 9$ et la recette $R(x) = 10x$, en centaines d'euros.

- a) Montrer que le bénéfice est $B(x) = -x^2 + 8x - 9$.
- b) Écrire $B(x)$ sous forme canonique.
- c) En déduire le bénéfice maximal et le nombre d'objets correspondant.
- d) Déterminer, au nombre d'objets près, les productions pour lesquelles le bénéfice est strictement positif.
- e) Le bénéfice peut-il atteindre 800 euros ? Justifier par un calcul.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).