

Devoir surveillé – Second degré : forme canonique, équations, signe du trinôme et inéquations — niveau ★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques 1^{re}

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes

(5 pts)

- a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 + x - 6 = 0$.
- b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $4x^2 - 12x + 9 = 0$.
- c) Étudier le signe de $-x^2 + 2x - 5$ selon les valeurs de x .
- d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2 - 7x \leq 0$.
- e) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2 + x - 12 > 0$.

Exercice 2 – Un trinôme sous toutes ses formes

(5 pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$.

- a) Montrer que, pour tout réel x , $f(x) = 2(x - 2)^2 - 2$.
- b) Dresser le tableau de variations de f et préciser son extremum.
- c) À l'aide de la forme canonique, résoudre $f(x) = 0$.
- d) En déduire la forme factorisée de $f(x)$, puis résoudre $f(x) < 0$.

Exercice 3 – Racine évidente

(5 pts)

Soit $g(x) = 5x^2 - 2x - 3$.

- a) Vérifier que 1 est une racine de $g(x)$.
- b) À l'aide du produit des racines, déterminer l'autre racine de $g(x)$.
- c) En déduire une factorisation de $g(x)$.
- d) Résoudre l'inéquation $g(x) \geq 0$.
- e) Déterminer deux nombres dont la somme vaut 11 et le produit 28.

Exercice 4 – Problème — Un enclos contre un mur

(5 pts)

Avec 20 m de grillage, on construit un enclos rectangulaire adossé à un mur (le mur forme un côté, non grillagé). On note x la longueur, en mètres, de chacun des deux côtés perpendiculaires au mur.

- a) Justifier que $x \in]0 ; 10[$ et que l'aire de l'enclos est $A(x) = -2x^2 + 20x$.
- b) Montrer que, pour tout réel x , $A(x) = -2(x - 5)^2 + 50$.
- c) En déduire l'aire maximale de l'enclos et ses dimensions.
- d) Pour quelles valeurs de x l'aire est-elle au moins égale à 42 m² ?
- e) Un voisin affirme qu'on peut obtenir 52 m². A-t-il raison ?

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).