

Devoir surveillé – Produit scalaire, géométrie repérée et trigonométrie — niveau ★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques 1^{re}

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes

(5 pts)

- a) Convertir 150° en radians (fraction de π simplifiée).
- b) Donner les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ et de $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.
- c) On donne $\vec{u}(4; -1)$ et $\vec{v}(2; 8)$. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$. Que peut-on en conclure ?
- d) On considère la droite $d : 3x - 5y + 2 = 0$. Donner un vecteur normal et un vecteur directeur de d .
- e) Écrire une équation du cercle de centre $\Omega(-2; 1)$ et de rayon 3.

Exercice 2 – Normes, angles et produit scalaire

(5 pts)

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ vérifient $\|\vec{u}\| = 4$, $\|\vec{v}\| = 5$, et une mesure de l'angle $(\vec{u}, \vec{v})$ est $\frac{2\pi}{3}$ rad.

- a) Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
 - a) Calculer $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$, puis $\|\vec{u} + \vec{v}\|$.
 - b) Calculer $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (2\vec{u} + \vec{v})$.
 - c) Déterminer le réel k tel que les vecteurs $\vec{u} + k\vec{v}$ et $\vec{u}$ soient orthogonaux.

Exercice 3 – Un triangle dans le repère

(5 pts)

On considère les points $A(1; 2)$, $B(5; 4)$ et $C(3; 6)$.

- a) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, puis $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
 - a) Calculer AB et AC , puis $\cos \widehat{BAC}$. En déduire une mesure de $\widehat{BAC}$ en degrés, au dixième près.
 - b) Déterminer une équation cartésienne de la hauteur du triangle ABC issue de C .
 - c) Déterminer une équation du cercle de diamètre $[BC]$.

Exercice 4 – Cercle trigonométrique et produit scalaire

(5 pts)

- a) Déterminer la mesure principale de $\frac{17\pi}{4}$.
- b) En déduire $\cos\left(\frac{17\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(-\frac{17\pi}{4}\right)$.
- c) On sait que $\sin x = \frac{3}{5}$ et que $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$. Calculer $\cos x$.
- d) En déduire $\cos(\pi - x)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.
- e) On note M le point du cercle trigonométrique associé au réel x de la question c), et $P(4; 3)$. Calculer $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OP}$. L'angle $\widehat{MOP}$ est-il aigu ou obtus ?

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).