

Devoir surveillé – Probabilités conditionnelles, indépendance et variables aléatoires — niveau ★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques 1^{re}

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes

(5 pts)

- a) On donne $P(A) = 0,6$ et $P_A(B) = 0,3$. Calculer $P(A \cap B)$.
- b) A et B sont indépendants, avec $P(A) = 0,4$ et $P(B) = 0,5$. Calculer $P(A \cap B)$.
- c) On donne $P(A) = 0,25$ et $P(A \cap B) = 0,1$. Calculer $P_A(B)$.
- d) Une variable aléatoire X prend les valeurs 0, 2 et 5 avec les probabilités respectives 0,5 ; 0,3 et 0,2. Calculer $E(X)$.
- e) Avec la variable X de la question d), calculer $E(2X - 1)$.

Exercice 2 – Tableau croisé et indépendance

(5 pts)

- a) Dans un lycée, on interroge 240 élèves de 1^{re} : 120 suivent la spécialité mathématiques (M), 150 sont demi-pensionnaires (D) et 84 sont dans les deux cas. Construire le tableau croisé des effectifs (M et $\overline{M}$ en lignes ; D et $\overline{D}$ en colonnes).
- b) On choisit un élève au hasard. Calculer $P(M \cap D)$ puis $P(M \cup D)$.
- c) Calculer $P_D(M)$ et $P_M(D)$. Traduire chacun de ces nombres par une phrase.
- d) Les événements M et D sont-ils indépendants ? Justifier.

Exercice 3 – Trois feux sur un trajet

(5 pts)

- a) Sur son trajet, Nadia passe trois feux. Chacun est vert à son arrivée avec la probabilité 0,4, indépendamment des autres. On note X le nombre de feux verts rencontrés. Construire un arbre pondéré de la situation et calculer $P(X = 3)$.
- b) Calculer $P(X = 0)$, puis la probabilité que Nadia rencontre au moins un feu vert.
- c) Montrer que $P(X = 1) = 0,432$.
- d) Calculer $P(X = 2)$ et présenter la loi de probabilité de X dans un tableau.
- e) Calculer $E(X)$ et interpréter ce résultat.

Exercice 4 – Problème — Un jeu de kermesse**(5 pts)**

- a) À une kermesse, un joueur mise 2 €. Il tire une boule dans une urne contenant 3 boules rouges et 2 boules noires. Si la boule est rouge (R), il fait tourner une roue qui affiche « gagné » avec la probabilité $\frac{1}{3}$; si elle est noire, il lance une pièce équilibrée et gagne s'il obtient pile. On note G l'événement « le joueur gagne ». Construire l'arbre pondéré de la situation.
- b) Calculer $P(R \cap G)$.
- c) Montrer que $P(G) = 0,4$.
- d) Le joueur a gagné. Quelle est la probabilité qu'il ait tiré une boule rouge ?
- e) Un joueur qui gagne reçoit 4 € (mise comprise) ; sinon, il ne reçoit rien. On note X son gain net. Donner la loi de X , calculer $E(X)$ et dire si le jeu est favorable au joueur.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).