Devoir surveillé – Fonction exponentielle et trigonométrie — niveau ★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques 1re

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes *(5 pts)*

a) Écrire $\dfrac{e^{3}\times e^{-7}}{e^{-2}}$ sous la forme e^{k}, avec k entier.

b) Simplifier, pour tout réel x : $e^{2x}\times e^{1-x}$.

c) Convertir 195° en radians.

d) Convertir $\dfrac{7\pi}{12}$ rad en degrés.

e) Donner les valeurs exactes de $\cos\left(-\dfrac{3\pi}{4}\right)$ et de $\sin\left(-\dfrac{3\pi}{4}\right)$.

Exercice 2 – Équations et inéquations *(5 pts)*

a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{3x+1}=e^{x-5}$.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{x^2-3}=e^{2x}$.

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $e^{2-5x}>1$.

d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{4x}=e^{\sin\frac{\pi}{6}}$.

e) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $3e^{-x}+7=4$.

f) Étudier, selon les valeurs du réel x, le signe de $(x-3)\,e^{-x}$.

Exercice 3 – Cercle trigonométrique et angles associés *(5 pts)*

a) Déterminer la mesure principale de $-\dfrac{13\pi}{4}$.

b) Donner les coordonnées exactes du point image de $-\dfrac{5\pi}{6}$ sur le cercle trigonométrique.

c) Sur un cercle de rayon 6 cm, calculer la longueur exacte d'un arc intercepté par un angle au centre de $\dfrac{\pi}{3}$ rad, puis une valeur approchée avec $\pi\approx 3{,}14$.

d) Soit x un réel de $\left[-\dfrac{\pi}{2}\,;0\right]$ tel que $\cos x=\dfrac{1}{3}$. Calculer la valeur exacte de $\sin x$.

e) En déduire $\cos(-x)$, $\sin(\pi-x)$ et $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)$.

Exercice 4 – Une fonction et sa tangente *(5 pts)*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (3x - 4)\,e^x$, de courbe $\mathcal{C}$ dans un repère orthonormé d'origine O.

a) Montrer que, pour tout réel x, $f'(x) = (3x - 1)\,e^x$.

b) Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f ; donner la valeur exacte de son minimum.

c) Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.

d) T coupe l'axe des abscisses en A et l'axe des ordonnées en B. Donner les coordonnées de A et B, puis la mesure en radians de l'angle $\widehat{OAB}$.

e) Calculer la longueur exacte de l'arc de cercle de centre A et de rayon AO compris entre les demi-droites $[AO)$ et $[AB)$.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).