

Devoir surveillé – Dérivation : nombre dérivé, calcul de dérivées et variations — niveau ★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques 1^{re}

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes

(5 pts)

- a) Dériver $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 5x - 1$ sur $\mathbb{R}$.
- b) Dériver $g(x) = \frac{3}{x} + 4\sqrt{x}$ sur $]0; +\infty[$.
- c) Dériver $h(x) = (2x + 1)(x^2 - 3)$ sur $\mathbb{R}$ et donner le résultat sous forme développée.
- d) Dériver $k(x) = (5x - 2)^3$ sur $\mathbb{R}$.
- e) Soit $p(x) = x^4 - 3x^2$ sur $\mathbb{R}$. Montrer que p est paire, calculer $p'(x)$ puis vérifier que p' est impaire.

Exercice 2 – Du taux de variation à la tangente

(5 pts)

- a) Soit $f(x) = x^2 - 4x + 1$ sur $\mathbb{R}$. Calculer le taux de variation de f entre 1 et 3.
- b) Pour $h \neq 0$, montrer que $\frac{f(3+h) - f(3)}{h} = h + 2$. En déduire que f est dérivable en 3 et donner $f'(3)$.
- c) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 3.
- d) À l'aide des formules de dérivation, calculer $f'(x)$. Déterminer le point de la courbe où la tangente est horizontale, puis vérifier que cette tangente est parallèle à la sécante de la question a).

Exercice 3 – Étude d'une fonction polynôme

(6 pts)

- a) Soit $f(x) = x^3 - 12x + 3$ sur $[-3; 4]$. Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = 3(x - 2)(x + 2)$.
- b) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[-3; 4]$.
- c) Dresser le tableau de variations de f sur $[-3; 4]$, en calculant les valeurs utiles.
- d) Donner les extremums locaux de f , puis le maximum et le minimum de f sur $[-3; 4]$.
- e) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0.

Exercice 4 – Problème — L'enclos le long de la rivière

(4 pts)

- a) Un éleveur dispose de 60 m de clôture pour fermer un enclos rectangulaire le long d'une rivière (le côté qui borde la rivière n'est pas clôturé). On note x la longueur, en m, de chacun des deux côtés perpendiculaires à la rivière. Justifier que $x \in]0; 30[$ et que l'aire de l'enclos est $A(x) = 60x - 2x^2$.
- b) Calculer $A'(x)$ et étudier son signe sur $]0; 30[$.
- c) En déduire les dimensions de l'enclos d'aire maximale et cette aire.
- d) L'éleveur peut-il obtenir un enclos de 460 m² ? Justifier.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).