

Devoir surveillé – Combinatoire et dénombrement

Principes de comptage, arrangements, permutations et combinaisons — Probabilités et statistiques (1re Spécialité Maths)

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques 1^{re}

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Exercice 1 — Emprunts à la médiathèque (principes de comptage) (4 pts)

- a) a) Une médiathèque propose 8 romans, 5 bandes dessinées et 6 documentaires, tous différents. Combien de façons a-t-on d'emprunter un ouvrage de chaque type ?
- b) b) Combien de façons a-t-on d'emprunter un seul ouvrage ?
- c) c) Combien de façons a-t-on d'emprunter deux ouvrages de types différents ?
- d) d) Combien de façons a-t-on d'emprunter simultanément trois ouvrages quelconques ?

Exercice 2 – Exercice 2 — Course à pied (l'ordre compte) (4 pts)

- a) a) Onze concurrents participent à une course sans ex æquo. Combien de podiums (première, deuxième et troisième place) peut-on obtenir ?
- b) b) Combien de classements complets des onze concurrents sont possibles ?
- c) c) On note A l'un des concurrents. Combien de podiums font figurer A ?
- d) d) Un élève répond $11 \times 10 \times 9 \times 3$ à la question c). Expliquer son erreur.

Exercice 3 – Exercice 3 — Groupes de travail (combinaisons) (4 pts)

- a) a) Une classe compte 18 élèves : 10 filles et 8 garçons. On forme un groupe de travail de 5 élèves. Combien de groupes sont possibles ?
- b) b) Combien de groupes comptent exactement 3 filles et 2 garçons ?
- c) c) Combien de groupes comptent au plus un garçon ?
- d) d) Montrer que plus de 96 % des groupes sont mixtes, c'est-à-dire comportent au moins une fille et au moins un garçon.

Exercice 4 – Exercice 4 — Triangle de Pascal et coefficients binomiaux (4 pts)

- a) a) Écrire les huit coefficients de la ligne $n = 7$ du triangle de Pascal.
- b) b) En déduire, par la relation de Pascal, les neuf coefficients de la ligne $n = 8$.
- c) c) Calculer la somme des coefficients de la ligne $n = 8$ et justifier le résultat obtenu.
- d) d) Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'équation $\binom{n}{2} = 105$.

Exercice 5 – Exercice 5 — Une main de quatre cartes*(4 pts)*

- a) a) On distribue simultanément 4 cartes d'un jeu de 32 cartes, qui contient 4 as. Combien de mains différentes peut-on obtenir ?
- b) b) Combien de mains contiennent exactement deux as ?
- c) c) Combien de mains ne contiennent aucun as ?
- d) d) En déduire la probabilité d'obtenir au moins un as, arrondie au centième, en supposant toutes les mains équiprobables.

Bon courage !