

Corrigé et barème – Suites géométriques

Raison, terme général, somme et évolutions en pourcentage — programme de Mathématiques 1re sans spé

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 1^{re}

Exercice 1 – Reconnaître, lire, calculer

(4 pts)

- a) Premier terme $a_0 = 14$, raison $q = 0,45$. (1)
- b) Oui : $24 \div 96 = 0,25$, $6 \div 24 = 0,25$ et $1,5 \div 6 = 0,25$; raison 0,25. (1)
- c) $a_3 = 14 \times 0,45^3 = 14 \times 0,091125 = 1,27575 \approx 1,276$. (1)
- d) $CM = 1 - 0,085 = 0,915$. (1)

Repère — Une formule du type $u_0 \times q^n$ livre immédiatement le premier terme et la raison, sans calcul.

Exercice 2 – Raison, terme général et somme

(4 pts)

- a) $\frac{b_4}{b_1} = q^3 = \frac{39,0625}{20} = 1,953125 = 1,25^3$; la suite étant à termes positifs, $q = 1,25$. (1)
- b) $b_0 = \frac{b_1}{q} = \frac{20}{1,25} = 16$. (1)
- c) $b_n = 16 \times 1,25^n$; $b_8 = 16 \times 5,96046448 \approx 95,37$. (1)
- d) 9 termes : $16 \times \frac{1-1,25^9}{1-1,25} = 16 \times \frac{1-7,4505806}{-0,25} \approx 412,84$. (1)

Le point clé — Dans une somme, l'exposant à utiliser est le nombre de termes additionnés, jamais le rang du dernier terme.

Exercice 3 – Taux d'évolution moyen

(4 pts)

- a) $C = \frac{93,60}{78} = 1,2$, soit un taux global de +20 %. (1)
- b) $1,2^{1/4} \approx 1,0466$. (1)
- c) $(1,0466 - 1) \times 100 \approx +4,66$ % par an. (1)
- d) Avec 5 % par an, $1,05^4 \approx 1,2155$, soit +21,55 % et non +20 % : les taux se multiplient, ils ne se divisent pas. (1)

Erreur fréquente — Diviser le taux global par le nombre d'années surestime toujours le taux moyen d'une hausse.

Exercice 4 – Population de truites

(4 pts)

- a) $CM = 0,86$; $9\,500 \times 0,86 = 8\,170$ en 2027 et $8\,170 \times 0,86 = 7\,026,2 \approx 7\,026$ en 2028. (1)
- b) $p_n = 9\,500 \times 0,86^n$; comme $p_0 > 0$ et $0 < 0,86 < 1$, la suite est strictement décroissante. (1)
- c) $p_5 = 9\,500 \times 0,86^5 = 9\,500 \times 0,4704270 \approx 4\,469$. (1)
- d) $p_7 \approx 3\,305$ et $p_8 \approx 2\,843$: la population passe sous 3 000 au bout de 8 ans, soit en 2034. (1)

Attention — Un pourcentage de baisse répété ne conduit jamais à zéro : la population diminue sans jamais s'annuler dans ce modèle.

Exercice 5 – Deux magasins face à face*(4 pts)*

- a) $A_n = 54\,000 \times 1,09^n$ et $B_n = 61\,000 \times 1,035^n$: deux suites géométriques. (1)
b) $A_2 = 54\,000 \times 1,1881 = 64\,157$ € et $B_2 = 61\,000 \times 1,071225 \approx 65\,345$ €. (1)
c) $A_3 \approx 69\,932$ € et $B_3 \approx 67\,632$ € : A dépasse B en 2029. (1)
d) 5 termes : $54\,000 \times \frac{1-1,09^5}{1-1,09} = 54\,000 \times 5,9847106 \approx 323\,174$ €. (1)

À retenir — Une croissance géométrique plus forte finit toujours par rattraper un concurrent mieux placé au départ.