

Corrigé et barème – Suites arithmétiques

Définition, raison, terme général, variations et somme — thème « Variation linéaire » du programme de Mathématiques de 1re (BO n° 14 du 2 avril 2026)

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 1^{re}

Exercice 1 – Reconnaître, calculer, comparer

(4 pts)

- a) $u_{n+1} - u_n = 14 - 2, 2(n+1) - (14 - 2, 2n) = -2, 2$, constante : la suite est arithmétique de raison $r = -2, 2$. (1)
- b) $u_0 = 14$ et $u_9 = 14 - 2, 2 \times 9 = 14 - 19, 8 = -5, 8$. (1)
- c) La raison $-2, 2$ est strictement négative, donc la suite est strictement décroissante. (1)
- d) $14 - 2, 2n < 0 \iff n > 14/2, 2 \approx 6, 36$, donc $n = 7$; on vérifie $u_7 = -1, 4 < 0$ et $u_6 = 0, 8 > 0$. (1)

Erreur fréquente — Le sens de variation se lit sur le signe de la raison seule : un premier terme positif n'empêche pas une suite d'être décroissante ni de devenir négative.

Exercice 2 – Deux termes suffisent

(4 pts)

- a) $v_{16} = v_4 + 12r$ donc $12r = 11, 1 - 3, 9 = 7, 2$ et $r = 0, 6$. (1)
- b) $v_0 = v_4 - 4r = 3, 9 - 2, 4 = 1, 5$, d'où $v_n = 1, 5 + 0, 6n$. (1)
- c) $v_{50} = 1, 5 + 0, 6 \times 50 = 1, 5 + 30 = 31, 5$. (1)
- d) $1, 5 + 0, 6n = 25, 5 \iff 0, 6n = 24 \iff n = 40$: c'est le terme de rang 40. (1)

Repère — Entre deux rangs p et q , la raison vaut $r = \frac{v_q - v_p}{q - p}$: on divise par l'écart des rangs, jamais par le plus grand rang.

Exercice 3 – Une somme, et un comptage

(4 pts)

- a) $20 - 12 = 8$ et $28 - 20 = 8$: chaque terme s'obtient en ajoutant 8, donc suite arithmétique de raison 8, de terme général $s_k = 12 + 8k$. (1)
- b) $12 + 8k = 268 \iff 8k = 256 \iff k = 32$: le dernier terme est de rang 32, donc la somme compte $32 - 0 + 1 = 33$ termes. (1)
- c) $S = 33 \times \frac{12+268}{2} = 33 \times 140 = 4620$. (1)
- d) Le calcul $(268 - 12) \div 8 = 32$ donne le nombre d'intervalles entre les termes, pas le nombre de termes : il faut ajouter 1 pour compter le premier terme, d'où 33. (1)

Le point clé — Entre deux bornes incluses, le nombre de termes vaut toujours (nombre d'écarts) + 1 : compter les intervalles n'est pas compter les termes.

Exercice 4 – Croissance d'une plante*(4 pts)*

- a) La hauteur augmente toujours de la même quantité : $h_{n+1} = h_n + 1,8$, donc suite arithmétique de raison 1,8 et $h_n = 23 + 1,8n$. (1)
- b) $h_{15} = 23 + 1,8 \times 15 = 23 + 27 = 50$ cm. (1)
- c) $23 + 1,8n > 60 \iff 1,8n > 37 \iff n > 20,55\dots$, donc $n = 21$; on vérifie $h_{21} = 60,8 > 60$ et $h_{20} = 59 < 60$. (1)
- d) La suite est strictement croissante et non majorée : après 10 ans, le modèle donnerait $h_{520} = 959$ cm, soit près de 10 mètres, ce qu'aucune plante de ce type n'atteint. Le modèle n'est réaliste que sur quelques mois. (1)

Attention — Un modèle arithmétique décrit une croissance illimitée : dans un problème concret, il faut toujours préciser le domaine de validité.

Exercice 5 – Reconnaître une suite définie par récurrence*(4 pts)*

- a) $t_{n+1} = \frac{5t_n}{5} + \frac{21}{5} = t_n + 4,2$, donc $t_{n+1} - t_n = 4,2$: la suite est arithmétique de raison 4,2. (1)
- b) $t_n = 7 + 4,2n$, donc $t_{20} = 7 + 84 = 91$. (1)
- c) La somme compte $20 - 0 + 1 = 21$ termes : $S = 21 \times \frac{7+91}{2} = 21 \times 49 = 1029$. (1)
- d) $t_{22} = 7 + 4,2 \times 22 = 7 + 92,4 = 99,4 < 100$: l'affirmation est fausse. On résout $7 + 4,2n > 100 \iff n > 93/4,2 \approx 22,14$, donc le premier rang est $n = 23$, avec $t_{23} = 103,6$. (1)

À retenir — Une relation de récurrence doit d'abord être simplifiée : tant qu'elle n'est pas écrite sous la forme $t_{n+1} = t_n + r$, la raison n'est pas lisible.