

Devoir surveillé – Le second degré

Modélisation quadratique : parabole, forme canonique, forme factorisée, racines et signe — enseignement de mathématiques de 1re (BO 2026)

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 1^{re}

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Exploiter une forme canonique

(4 pts)

- a) a) Développer $f(x) = -(x - 7)^2 + 16$ et donner les coefficients a , b et c .
- b) b) Donner les coordonnées du sommet de la parabole et préciser s'il s'agit d'un maximum ou d'un minimum.
- c) c) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
- d) d) Dresser le tableau de signes de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 – Sommet, variations et équation

(4 pts)

- a) a) Montrer que, pour tout réel x , $g(x) = 3x^2 - 30x + 65$ s'écrit $g(x) = 3(x - 5)^2 - 10$.
- b) b) En déduire le minimum de g et la valeur de x en laquelle il est atteint.
- c) c) Dresser le tableau de variations de g sur $[2 ; 7]$ en indiquant les valeurs aux bornes.
- d) d) Résoudre l'équation $g(x) = 17$.

Exercice 3 – Du produit au tableau de signes

(4 pts)

- a) a) Développer $h(x) = -2(x + 4)(x - 9)$.
- b) b) Déterminer les racines de h .
- c) c) Dresser le tableau de signes de $h(x)$.
- d) d) Résoudre l'inéquation $h(x) < 0$.

Exercice 4 – Optimiser un bénéfice

(4 pts)

Une entreprise vend x objets, avec $0 \leq x \leq 20$. Son bénéfice, en centaines d'euros, est $B(x) = -x^2 + 22x - 96$.

- a) a) Montrer que $B(x) = -(x - 11)^2 + 25$.
- b) b) Déterminer le nombre d'objets rendant le bénéfice maximal et donner ce bénéfice en euros.
- c) c) Résoudre $B(x) = 0$ et interpréter les solutions dans le contexte.
- d) d) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles le bénéfice est d'au moins 1 600 €.

Exercice 5 – Justifier et déterminer*(4 pts)*

- a) a) Un élève affirme que la parabole de $f(x) = x^2 + 12x + 43$ coupe l'axe des abscisses. Montrer qu'il a tort.
- b) b) Déterminer le réel k pour que le sommet de la parabole de $p(x) = x^2 + 16x + k$ appartienne à l'axe des abscisses.
- c) c) Une parabole a pour sommet $S(-1 ; -12)$ et passe par le point $B(1 ; -4)$: déterminer l'expression de la fonction associée.
- d) d) En déduire les valeurs exactes des racines de cette fonction.

Bon courage !