Automatismes : proportions et pourcentages

Fiche méthode

(Maths 1re (tronc commun) · Automatismes · Épreuve anticipée)

La démarche pour une question de proportion

1. Je repère la population de référence : « parmi les … », « de ces … ». Son effectif est le « tout ».

2. J'écris l'égalité partie $=p\times$ tout, et je traduis chaque pourcentage en coefficient ($t\,\% = \dfrac{t}{100}$).

3. Je calcule à la main : je simplifie les fractions, je combine des pourcentages simples (10 %, 5 %, 25 %…).

4. Je contrôle : une proportion est entre 0 et 1, un tout est plus grand que sa partie, une proportion de proportion est plus petite que chacune des deux.

Le réflexe — tout part de l'égalité partie = proportion × tout, écrite avec la bonne population de référence.

Cas 1 · Écrire une proportion de trois façons

Réflexe — fraction partie/tout, simplifiée, puis écrite sur 100.

Exemple 1. Questions types : « La proportion … s'écrit aussi », « … représente quel pourcentage ? ». Exemple : écrire 0,45 sous forme de fraction irréductible et de pourcentage.

$0{,}45 = \dfrac{45}{100}$; en simplifiant par 5, on obtient $\dfrac{9}{20}$. En pourcentage : 45 %.

Exemple 2. Exemple : écrire $\dfrac{11}{20}$ en pourcentage.

On multiplie le numérateur et le dénominateur par 5 : $\dfrac{11}{20} = \dfrac{55}{100}$, soit 55 %.

Attention — 0,03 = 3 % et non 0,03 %.

Cas 2 · Calculer une proportion sur la bonne référence

Réflexe — « parmi les … » donne le dénominateur ; complémentaire : 1 − p.

Exemple. Exemple : un club de 160 adhérents compte 48 mineurs, dont 12 font de la compétition. Proportion de mineurs ? Proportion de compétiteurs parmi les mineurs ?

Parmi les adhérents : $\dfrac{48}{160} = \dfrac{3}{10}$, soit 30 % de mineurs (et donc 70 % de majeurs, par complémentaire).
Parmi les mineurs : $\dfrac{12}{48} = \dfrac{1}{4}$, soit 25 %.

Attention — Additionner les effectifs de deux groupes qui se chevauchent compte deux fois les éléments communs.

Cas 3 · Calculer la partie ou le tout

Réflexe — partie = p × tout ; tout = partie ÷ p.

Exemple 1. Exemple : calculer 15 % de 340 sans calculatrice.

10 % de 340 vaut 34 et 5 % en est la moitié, 17. Donc 15 % de 340 vaut $34 + 17 = 51$.

Exemple 2. Exemple : 27 élèves représentent 15 % des élèves d'un collège. Combien d'élèves compte le collège ?

$n = \dfrac{27}{0{,}15} = \dfrac{2\,700}{15} = 180$ élèves. Contrôle : 10 % de 180 vaut 18, 5 % vaut 9, et $18 + 9 = 27$.

Attention — Pour le tout, on divise par p : multiplier la partie par p donne un nombre encore plus petit.

Cas 4 · Pourcentage de pourcentage

Réflexe — populations emboîtées : on multiplie les coefficients.

Exemple. Exemple : 40 % des voyageurs d'une gare ont une carte de réduction, et 15 % d'entre eux ont une carte « senior ». Quelle proportion des voyageurs a une carte senior ?

$0{,}15 \times 0{,}40 = 0{,}06$, soit 6 % des voyageurs. Contrôle : 6 % est bien plus petit que 15 % et que 40 %.

Attention — 15 % de 40 % n'est ni 55 % ni 600 % : c'est $0{,}15 \times 0{,}40 = 0{,}06$.

Les pièges

- Une proportion calculée supérieure à 100 % : la partie et le tout ont été inversés.
- « Parmi les . . . » change le dénominateur : relire la question avant de diviser.
- Groupes qui se chevauchent : on retire les éléments communs, sinon ils sont comptés deux fois.
- Le tout se retrouve en divisant la partie par la proportion, pas en multipliant.
- Deux groupes réunis : la moyenne des deux pourcentages est fausse dès que les effectifs diffèrent.
- Pourcentage de pourcentage : on multiplie les coefficients, on n'additionne jamais les pourcentages.
- Un pourcentage peut décrire une évolution (« augmenter de 3 % ») : ce n'est alors pas une proportion.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).