

Devoir surveillé – Probabilités conditionnelles et indépendance

Probabilité sachant un événement, arbres pondérés, probabilités totales et indépendance — programme de 1re, BO n° 14 du 02/04/2026

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 1^{re}

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Lecteurs d'un magazine

(4 pts)

- a) Une enquête porte sur les 900 lecteurs d'un magazine. 315 d'entre eux sont abonnés. Parmi les abonnés, 189 lisent la version papier ; au total, 450 lecteurs lisent la version papier. On interroge un lecteur au hasard et on note A : « le lecteur est abonné » et P : « le lecteur lit la version papier ».

	Version papier	Version numérique	Total
Abonné	189	126	315
Non-abonné	261	324	585
Total	450	450	900

- a) Calculer $P(A)$ et $P(A \cap P)$.
 b) Calculer $P_A(P)$.
 c) Calculer $P_P(A)$ et expliquer en une phrase pourquoi ce résultat diffère du précédent.
 d) Les événements A et P sont-ils indépendants ? Justifier par un calcul.

Exercice 2 – Deux transporteurs

(4 pts)

- a) Un site marchand confie 55 % de ses colis au transporteur T1 et le reste au transporteur T2. T1 livre en retard 8 % de ses colis, T2 en livre 14 % en retard. On prélève un colis au hasard et on note R : « le colis est livré en retard ». a) Représenter la situation par un arbre pondéré complet.
 b) Calculer la probabilité que le colis soit confié à T1 et livré en retard.
 c) Montrer que $P(R) = 0,107$.
 d) Le colis prélevé a été livré en retard. Calculer la probabilité qu'il ait été confié à T2, arrondie au millièème.

Exercice 3 – Distributeur automatique

(4 pts)

- a) Un distributeur automatique fonctionne correctement lors d'une utilisation avec la probabilité 0,88, indépendamment des utilisations précédentes. Trois personnes l'utilisent successivement. a) Calculer la probabilité que le distributeur fonctionne correctement pour les trois personnes.
 b) Calculer la probabilité qu'il tombe en panne à chacune des trois utilisations.
 c) Calculer la probabilité qu'il tombe en panne pour exactement une des trois personnes.
 d) Calculer la probabilité qu'au moins une des trois personnes rencontre une panne.

Exercice 4 – Un filtre anti-spam*(4 pts)*

- a) Dans une messagerie, 30 % des courriels reçus sont des spams. Le filtre classe « suspect » 95 % des spams, mais aussi 6 % des courriels légitimes. On prélève un courriel au hasard et on note S : « le courriel est un spam » et U : « le courriel est classé suspect ». a) Calculer $P(S \cap U)$ et $P(\overline{S} \cap U)$.
- b) b) Calculer $P(U)$.
- c) c) Calculer $P_U(S)$, arrondie au millième, et interpréter le résultat par une phrase.
- d) d) Un utilisateur affirme : « le filtre se trompe dans 6 % des cas ». Expliquer son erreur, puis calculer la proportion réelle de courriels mal classés.

Exercice 5 – Une proportion à déterminer*(4 pts)*

- a) Un atelier utilise deux fournisseurs de vis. Une proportion x (avec $0 < x < 1$) des vis vient du fournisseur A, le reste du fournisseur B. 3 % des vis de A et 8 % des vis de B présentent un défaut. On prélève une vis au hasard et on note D : « la vis présente un défaut ». a) Montrer que $P(D) = 0,08 - 0,05x$.
- b) b) Calculer $P(D)$ lorsque $x = 0,6$.
- c) c) Déterminer la valeur de x pour laquelle $P(D) = 0,045$.
- d) d) Avec cette valeur de x , calculer la probabilité qu'une vis défectueuse provienne du fournisseur A, arrondie au millième.

Bon courage !