Taux d'évolution moyen et indices

Fiche méthode

(Maths 1re (tronc commun) · Phénomènes d'évolution · Variation exponentielle)

La démarche pour une question d'évolution

1. Je traduis en coefficients : chaque pourcentage devient $1+t$, chaque indice devient $\dfrac{I}{100}$.

2. Je repère le départ : la valeur de référence (indice 100) ou la date de départ, et je compte les périodes n (intervalles, pas dates).

3. Je calcule : produit des coefficients pour enchaîner, quotient d'indices entre deux dates, $CM^{1/n}$ pour un taux moyen.

4. Je conclus en pourcentage (avec le signe) ou en points, et je vérifie : $(1+t_m)^n$ redonne CM.

Le réflexe — tout passe par le coefficient multiplicateur : on multiplie pour enchaîner, on divise des indices pour comparer, on prend la racine n-ième pour moyenner.

Cas 1 · Enchaîner des évolutions

Réflexe — un coefficient par évolution, puis le produit ; taux global = CM − 1.

Exemple. Exemple : un sac de sport à 40 € augmente de 15 %, puis baisse de 20 %. Prix final et taux global ?

$CM = 1{,}15 \times 0{,}8 = 0{,}92$, donc le prix final est $40 \times 0{,}92 = 36{,}80$ €.

Taux global : $0{,}92 - 1 = -0{,}08$, soit une baisse de 8 % (et non une baisse de 5 %).

Attention — les taux ne s'additionnent pas : +15 % puis −20 % ne font pas −5 %.

Cas 2 · Calculer et lire un indice

Réflexe — $\mathrm{I} = \mathrm{V} \div \mathrm{V_0} \times 100$; $\mathrm{V} = \mathrm{V_0} \times \mathrm{I} \div 100$; taux depuis la référence = $(\mathrm{I} - 100) \div 100$.

Exemple. Exemple : la valeur de référence est 2 500 et l'indice d'une autre année vaut 112. Valeur et taux d'évolution depuis la référence ?

$V = 2\,500 \times \dfrac{112}{100} = 2\,800$.

Taux : $\dfrac{112-100}{100} = 0{,}12$, soit +12 % depuis la référence.

Attention — un indice 92 signifie −8 %, pas −92 %.

Cas 3 · Points, pourcentages, changement de base

Réflexe — taux entre deux dates = quotient des indices − 1 ; différence = points ; nouvelle base : diviser par l'indice de la nouvelle référence.

Exemple. Exemple : en base 100 en 2018, l'indice vaut 80 en 2021 et 92 en 2024. Taux d'évolution de 2021 à 2024, et indice de 2024 en base 100 en 2021 ?

$\dfrac{92}{80} = 1{,}15$: hausse de 15 %, alors que l'indice gagne 12 points.

En base 100 en 2021 : $\dfrac{92}{80} \times 100 = 115$.

Attention — +12 points n'est pas +12 % quand on ne part pas de 100.

Cas 4 · Taux d'évolution moyen

Réflexe — CM global, n intervalles, $t_m = CM\hat{}(1/n) - 1$, puis vérification $(1 + t_m)^n = CM$.

Exemple. Exemple : une grandeur passe de 6 250 à 7 290 en 2 ans. Taux annuel moyen ?

$CM = \dfrac{7\,290}{6\,250} = 1{,}166\,4$ et $n = 2$.
$1{,}08^2 = 1{,}166\,4$, donc $1{,}166\,4^{1/2} = 1{,}08$: $t_m = 0{,}08$, soit $+8\,\%$ par an.

Attention — $CM\hat{}(1/n)$ n'est pas CM ÷ n, et n compte les intervalles, pas les dates.

Cas 5 · Prévoir et retrouver

Réflexe — repasser par le coefficient global $(1 + t_m)^n$; prévoir avec $V \times (1 + t_m)^k$.

Exemple. Exemple : une grandeur de 5 000 baisse en moyenne de 10 % par an pendant 2 ans. Valeur finale, puis prévision 2 ans plus tard au même rythme ?

Coefficient global : $0{,}9^2 = 0{,}81$, donc la valeur finale est $5\,000 \times 0{,}81 = 4\,050$.
Prévision : $4\,050 \times 0{,}81 = 3\,280{,}5$.

Attention — le taux moyen n'est ni la moyenne des taux, ni le taux global divisé par n.

Les pièges

- Additionner des taux successifs au lieu de multiplier les coefficients.
- Lire un indice comme un taux : 92 signifie $-8\,\%$, pas $-92\,\%$.
- Confondre une différence d'indices (points) et un taux d'évolution (quotient).
- Compter les dates au lieu des intervalles : de 2016 à 2024, n = 8.
- Calculer CM ÷ n au lieu de $CM\hat{}(1/n)$.
- Prendre la moyenne des taux, ou le taux global divisé par n, comme taux moyen.
- Croire qu'une hausse et une baisse de même taux se compensent.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).