

Devoir surveillé – Indices et taux d'évolution moyen

Indice base 100 et taux d'évolution moyen — programme de Mathématiques de 1re (sans spé)

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 1^{re}

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Fréquentation d'un musée

(4 pts)

- a) La fréquentation d'un musée, en milliers de visiteurs, est donnée ci-dessous.

Année	2019	2021	2023	2024
Visiteurs (milliers)	540	378	621	702

- a) Calculer les indices de fréquentation de 2021, 2023 et 2024 en base 100 en 2019.
b) Déterminer le taux d'évolution de la fréquentation entre 2021 et 2023, arrondi à 0,01 %.
c) Un élève observe que l'indice gagne 15 points entre 2023 et 2024 et en conclut que la fréquentation a augmenté de 15 %. Expliquer son erreur et donner le taux exact, arrondi à 0,01 %.
d) Calculer le taux d'évolution annuel moyen de la fréquentation entre 2019 et 2024, arrondi à 0,01 %.

Exercice 2 – Adhérents d'un club

(4 pts)

- a) Le nombre d'adhérents d'un club a augmenté de 18 % en 2021, diminué de 12 % en 2022, augmenté de 25 % en 2023 et augmenté de 6 % en 2024.
a) Calculer le coefficient multiplicateur global sur ces quatre années, arrondi à 10^{-4} .
b) En déduire le taux d'évolution global, arrondi à 0,01 %.
c) Calculer le taux d'évolution annuel moyen sur ces quatre années, arrondi à 0,01 %.
d) Le club comptait 425 adhérents fin 2020. Déterminer le nombre d'adhérents fin 2024.

Exercice 3 – Racines n -ièmes et fonction $x \mapsto a^x$

(4 pts)

- a) Donner la valeur exacte de $1,728^{\frac{1}{3}}$ et justifier la réponse.
b) Une grandeur est multipliée par 1,728 en trois ans. En déduire son taux d'évolution annuel moyen.
c) Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'équation $1,2^x = 2,0736$.
d) Justifier que la fonction $x \mapsto 0,85^x$ est strictement décroissante sur $[0 ; +\infty[$, puis en déduire le sens de variation du montant restant dû d'une dette qui diminue de 15 % par an.

Exercice 4 – Loyer et revenu*(4 pts)*

- a) Un locataire payait un loyer de 680 € par mois en 2020, pour un revenu mensuel de 1 640 €. L'indice des loyers, en base 100 en 2020, vaut 112,5 en 2024, et le loyer suit exactement cet indice. Le revenu du locataire s'élève à 1 790 € en 2024.
- a) Calculer le loyer payé en 2024.
- b) Calculer l'indice du revenu en 2024, en base 100 en 2020, arrondi au dixième.
- c) Calculer la part du loyer dans le revenu en 2020 puis en 2024, arrondie à 0,1 %, et interpréter l'évolution.
- d) Calculer le taux d'évolution annuel moyen du loyer entre 2020 et 2024, arrondi à 0,01 %.

Exercice 5 – Raisonner sur les taux*(4 pts)*

- a) Une grandeur strictement positive subit une hausse de taux t , puis une baisse de taux t , avec $0 < t < 1$. Montrer que son taux d'évolution moyen est strictement négatif.
- b) Appliquer le résultat précédent à $t = 0,4$: calculer le taux d'évolution moyen, arrondi à 0,01 %.
- c) Une grandeur augmente de 3 % par an. Déterminer le plus petit entier n pour lequel elle a augmenté de plus de 50 % par rapport à sa valeur initiale.
- d) Un journal écrit alors : « une hausse de 50 % en n années, soit environ 3,6 % par an ». Expliquer l'erreur et donner le taux annuel moyen correspondant à une hausse de 50 % sur cette durée, arrondi à 0,01 %.

Bon courage !