

# Corrigé et barème – Fonctions de référence et variations

Fonctions affine, carré, inverse et racine — programme de Mathématiques de 1re (sans spé)

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 1<sup>re</sup>

## Exercice 1 – Images, antécédents et valeurs exactes

(4 pts)

- a)  $(-1,3)^2 = 1,69$  : l'image de  $-1,3$  par la fonction carré est  $1,69$ . (1)
- b)  $x^2 = 0,09$  admet deux solutions opposées, car  $0,3^2 = 0,09$  : les antécédents sont  $0,3$  et  $-0,3$ . (1)
- c) En prenant l'inverse des deux membres :  $x = 1 / (-0,04) = -25$ . La solution est  $x = -25$ . (1)
- d)  $\sqrt{1,44} = 1,2$  et  $\sqrt{0,04} = 0,2$ , donc la somme vaut exactement  $1,4$  (et non  $\sqrt{1,48}$ ). (1)

**Erreur fréquente** — Un nombre strictement positif possède deux antécédents par la fonction carré, mais une seule racine carrée, toujours positive.

## Exercice 2 – Comparaisons et tableau de variations

(4 pts)

- a)  $-8,7 < -8,3 \leq 0$  et la fonction carré est décroissante sur  $]-\infty ; 0]$  : l'ordre s'inverse, donc  $(-8,7)^2 > (-8,3)^2$ , soit  $75,69 > 68,89$ . (1)
- b)  $7,1^2 = 50,41$  et  $50 < 50,41$  ; la fonction racine carrée étant croissante,  $\sqrt{50} < \sqrt{50,41} = 7,1$ . (1)
- c) Les inverses valent respectivement  $0,5$  ;  $0,8$  et  $1,25$ , d'où l'ordre :  $1/2 < 1/1,25 < 1/0,8$  (la fonction inverse renverse l'ordre de  $0,8 < 1,25 < 2$ ). (1)
- d)  $f$  décroît de  $f(-6) = 36$  à  $f(0) = 0$ , puis croît jusqu'à  $f(2) = 4$ . Le minimum est  $0$  et le maximum  $36$  : pour tout  $x$  de  $[-6 ; 2]$ ,  $0 \leq f(x) \leq 36$ . (1)

**Le point clé** — Sur un intervalle qui contient  $0$ , la fonction carré n'est pas monotone : le maximum est atteint à une borne, jamais au milieu.

## Exercice 3 – Produit nul, signes et quotient

(4 pts)

- a)  $3x + 4,5 = 0$  donne  $x = -1,5$  ;  $6 - 5x = 0$  donne  $x = 6/5 = 1,2$ .  $S = \{-1,5 ; 1,2\}$ . (1)
- b)  $3x + 4,5$  est négatif avant  $-1,5$  et positif après ;  $6 - 5x$  est positif avant  $1,2$  et négatif après. Donc  $P(x)$  est négatif sur  $]-\infty ; -1,5[$ , positif sur  $]-1,5 ; 1,2[$  et négatif sur  $]1,2 ; +\infty[$ , avec deux zéros en  $-1,5$  et  $1,2$ . (1)
- c) D'après le tableau de signes,  $S = ]-1,5 ; 1,2[$ . (1)
- d) Le quotient est défini pour  $x \neq 2$ . Le numérateur s'annule en  $-8$  (négatif avant, positif après) et le dénominateur en  $2$  (négatif avant, positif après). Le quotient est négatif ou nul entre  $-8$  inclus et  $2$  exclu :  $S = [-8 ; 2[$ . (1)

**Attention** — Dans un quotient, le zéro du numérateur entre dans les solutions d'une inégalité large, mais la valeur interdite en est toujours exclue.

**Exercice 4 – Panneau solaire carré***(4 pts)*

- a)  $c(2,56) = \sqrt{2,56} = 1,6$  car  $1,6^2 = 2,56$ . Le côté mesure 1,6 m. (1)
- b)  $c$  est la fonction racine carrée, croissante sur  $[0 ; +\infty[$  : si  $a < b$  alors  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ . Concrètement, plus l'aire du panneau est grande, plus son côté est long. (1)
- c)  $c(2A) = \sqrt{2A} = \sqrt{2} \times \sqrt{A} = \sqrt{2} \times c(A)$ . Le coefficient multiplicateur est  $\sqrt{2} \approx 1,41$ , soit une hausse d'environ 41 % seulement : pour doubler le côté, il faudrait multiplier l'aire par 4. (1)
- d) On résout  $\sqrt{A} \geq 1,9$  ; les deux membres étant positifs, on élève au carré :  $A \geq 3,61$ . L'aire minimale est 3,61 m<sup>2</sup>. (1)

**Repère** — Quand une grandeur dépend d'une racine carrée, doubler la variable ne double pas le résultat : il est multiplié par  $\sqrt{2}$ .

**Exercice 5 – Étude d'une fonction associée***(4 pts)*

- a)  $h(-3) = 2 \times 9 - 5 = 13$  et  $h(4) = 2 \times 16 - 5 = 27$ . (1)
- b) La fonction carré décroît sur  $[-3 ; 0]$  et croît sur  $[0 ; 4]$  ; la multiplier par 2 (coefficient positif) et retirer 5 ne changent pas le sens de variation. Donc  $h$  décroît de 13 à  $h(0) = -5$ , puis croît de  $-5$  à 27 : le minimum de  $h$  est  $-5$ , atteint en 0. (1)
- c)  $2x^2 - 5 = 13$  donne  $2x^2 = 18$ , soit  $x^2 = 9$ , donc  $x = -3$  ou  $x = 3$  ; ces deux valeurs appartiennent à  $[-3 ; 4]$ .  $S = \{-3 ; 3\}$ . (1)
- d)  $2x^2 - 5 \leq 3$  équivaut à  $x^2 \leq 4$ , soit  $-2 \leq x \leq 2$ . Comme  $[-2 ; 2]$  est inclus dans  $[-3 ; 4]$ , l'ensemble cherché est  $[-2 ; 2]$ . (1)

**À retenir** — Ajouter une constante translate la courbe sans changer le sens de variation ; seul un coefficient multiplicateur négatif retourne le tableau.