Automatismes : fonctions et lectures graphiques

Fiche méthode

(Maths 1re (tronc commun) · Automatismes · Épreuve anticipée)

La démarche pour une question de fonction ou de droite

1. Je repère la forme : équation ou inéquation, produit factorisé, courbe, tableau de variations ou droite.

2. Je choisis l'outil : regrouper les x (premier degré), annuler chaque facteur (produit nul), tableau de signes (produit), droite horizontale $y = k$ (courbe), flèches (tableau), $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ (droite).

3. Je réponds avec des valeurs de x et les bons crochets : fermés pour une inégalité large, ouverts pour une stricte.

4. Je contrôle en remplaçant une valeur, ou avec un troisième point de la droite.

Le réflexe — une solution, un antécédent ou un intervalle est toujours une valeur de x, lue sur l'axe horizontal.

Cas 1 · Équations, inéquations et produit nul

Réflexe — j'annule chaque facteur, je ne développe pas.

Exemple. Exemple : résoudre $(6 - 3x)(2x + 1) = 0$.

$6 - 3x = 0$ donne $x = 2$; $2x + 1 = 0$ donne $x = -0{,}5$. Les solutions sont $-0{,}5$ et 2.

Attention — En divisant une inéquation par un nombre négatif, on change le sens de l'inégalité.

Cas 2 · Lire une courbe

Réflexe — image en ordonnée, antécédents en abscisse.

Exemple. Exemple : le point $A(-3\,;10)$ est-il sur la courbe d'équation $y = x^2 - x - 2$?

Pour $x = -3$: $(-3)^2 - (-3) - 2 = 9 + 3 - 2 = 10$, l'ordonnée de A. Le point A est sur la courbe.

Attention — Le minimum peut être atteint à une borne : on compare toujours avec les valeurs aux extrémités.

Cas 3 · Coefficient directeur

Réflexe — $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, même ordre en haut et en bas.

Exemple. Exemple : coefficient directeur de (EF) avec $E(-3\,;2)$ et $F(5\,;-2)$.

$m = \dfrac{-2 - 2}{5 - (-3)} = \dfrac{-4}{8} = -0{,}5$: la droite descend, la fonction affine associée est décroissante.

Attention — Dans $5 - 2x$, le coefficient directeur est -2, pas 5.

Cas 4 · Résoudre graphiquement

Réflexe — je trace $y = k$ et je lis des abscisses.

Exemple. Exemple : f décroît de 6 à -2 sur $[0\,;3]$, puis croît de -2 à 1 sur $[3\,;5]$. Nombre de solutions de $f(x) = 0$?

0 est entre 6 et -2 sur la première flèche (une solution) et entre -2 et 1 sur la seconde (une solution) : deux solutions.

Attention — Crochet fermé pour $\leqslant$ ou $\geqslant$, ouvert pour $<$ ou $>$.

Cas 5 · Signe d'une expression factorisée

Réflexe — une ligne par facteur, je compte les « − ».

Exemple. Exemple : résoudre $(3x+8)(5-x)<0$.

Les facteurs s'annulent en $-\dfrac{8}{3}$ et en 5. $3x+8$ est négatif puis positif ; $5-x$ est positif puis négatif. Le produit est négatif sur $\left]-\infty\,;-\dfrac{8}{3}\right[$ et sur $]5\,;+\infty[$: $S=\left]-\infty\,;-\dfrac{8}{3}\right[\cup]5\,;+\infty[$.

Attention — Un facteur $c-x$ est positif avant sa racine, négatif après.

Cas 6 · Équation réduite d'une droite

Réflexe — $p=y_A-m\,x_A$, puis contrôle avec un autre point.

Exemple. Exemple : droite passant par $A(2\,;-1)$ de coefficient directeur -3.

$p=-1-(-3)\times 2=-1+6=5$, donc la droite a pour équation $y=-3x+5$. Contrôle : $-3\times 2+5=-1$.

Attention — p se lit sur l'axe des ordonnées, pas sur l'axe des abscisses.

Les pièges

- Oublier la solution négative de $x^2 = c$ (avec $c > 0$).
- Garder le sens d'une inégalité après avoir divisé par un nombre négatif.
- Développer un produit au lieu d'annuler chaque facteur.
- Lire une image sur l'axe des abscisses, ou répondre à $f(x) = k$ par des valeurs de y.
- Calculer $\Delta x \div \Delta y$ au lieu de $\Delta y \div \Delta x$, ou soustraire dans deux ordres différents.
- Fermer un crochet pour une inégalité stricte.
- Prendre le point où la droite coupe l'axe des abscisses pour l'ordonnée à l'origine.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).