Corrigé et barème – Automatismes : fonctions et lectures graphiques

Équations et inéquations du premier degré, produit nul, signe d'une expression affine ou factorisée, lecture graphique (images, antécédents, f(x) = k, f(x) < k, signe, variations) et droites (coefficient directeur, équation réduite), sans calculatrice.

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Maths sans spécialité 1re

Exercice 1 – Automatismes ★★ *(6 pts)*

a) $5x - 2x = 7 + 8$, soit $3x = 15$, donc $x = 5$. Contrôle : $5 \times 5 - 8 = 2 \times 5 + 7$. (1)

b) $-4x > 12$; on divise par -4, négatif, donc le sens change : $x < -3$. $S =]-\infty\,;-3[$. (1)

c) $2{,}25 > 0$ et $1{,}5^2 = 2{,}25$: deux solutions, $x = -1{,}5$ ou $x = 1{,}5$. (1)

d) Produit nul : $2x - 3 = 0$ ou $x + 6 = 0$, soit $x = 1{,}5$ ou $x = -6$. (1)

e) $m = \dfrac{-5 - 3}{3 - (-1)} = \dfrac{-8}{4} = -2$. (1)

f) $y = -3 \times (-2) + 5 = 6 + 5 = 11$: le point est $(-2\,;11)$. (1)

Repère — Diviser par un négatif change le sens ; $x^2 = c$ ($c > 0$) a deux solutions ; un produit nul se résout facteur par facteur.

Exercice 2 – Lecture graphique ★★ *(4 pts)*

a) $f(3) = 3$. La droite $y = -1$ coupe la courbe aux points d'abscisses -1, 1 et 6 : les antécédents de -1 sont -1, 1 et 6. (1)

b) La courbe est sur ou au-dessus de la droite $y = -1$ pour $x \in [-2\,;-1]$ et pour $x \in [1\,;6]$: $S = [-2\,;-1] \cup [1\,;6]$. (1)

c) D'après la courbe :

x	-2		0		3		6
$f(x)$	2	↘	-2	↗	3	↘	-1

(1)

d) 1 est compris entre 2 et -2 (une solution sur $[-2\,;0]$), entre -2 et 3 (une solution sur $[0\,;3]$), entre 3 et -1 (une solution sur $[3\,;6]$) : l'équation $f(x) = 1$ a trois solutions. (1)

Méthode — Les solutions se lisent sur l'axe des abscisses ; le tableau de variations donne leur nombre.

Exercice 3 – Produit nul et signes ★★ *(4 pts)*

a) $3x + 4{,}5 = 0$ donne $x = -1{,}5$; $6 - 5x = 0$ donne $x = \dfrac{6}{5} = 1{,}2$. $S = \{-1{,}5\,;\,1{,}2\}$. (1)

b) $3x + 4{,}5$ est négatif avant $-1{,}5$ et positif après ; $6 - 5x$ est positif avant $1{,}2$ et négatif après.

x	$-\infty$		$-1{,}5$		$1{,}2$		$+\infty$
$3x + 4{,}5$		$-$	0	$+$		$+$	
$6 - 5x$		$+$		$+$	0	$-$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

(1)

c) D'après le tableau, $S =]-1{,}5\,;\,1{,}2[$. (1)

d) Forme $a(x - x_1)(x - x_2)$ avec $a = 2 > 0$ et les racines -1 et 3 : l'expression est négative entre les racines et nulle en ces valeurs. $S = [-1\,;\,3]$. (1)

Piège — Dans $6 - 5$x, le coefficient de x est négatif : le facteur est positif avant sa racine.

Exercice 4 – Droites ★★★ *(6 pts)*

a) D coupe l'axe des ordonnées en $(0\,;1)$: $p = 1$. En partant de ce point, on avance de 2 et on monte de 1 jusqu'en $(2\,;2)$: $m = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$. Équation : $y = 0{,}5x + 1$. (1)

b) Le coefficient directeur $0{,}5$ est strictement positif : la fonction $x \mapsto 0{,}5x + 1$ est croissante sur $\mathbb{R}$. (1)

c) $m = \dfrac{-2 - 4}{4 - 1} = \dfrac{-6}{3} = -2$. (1)

d) $p = 4 - (-2) \times 1 = 6$, donc $\Delta : y = -2x + 6$. Contrôle avec F : $-2 \times 4 + 6 = -2$. (1)

e) On place $G(0\,;-2)$, puis on avance de 1 et on monte de 3 : on obtient le point $(1\,;1)$. La droite Δ' passe par ces deux points ; son équation est $y = 3x - 2$. (1)

f) On résout $0{,}5x + 1 = -2x + 6$: $0{,}5x + 2x = 6 - 1$, soit $2{,}5x = 5$, donc $x = 2$, et $y = 0{,}5 \times 2 + 1 = 2$. Les droites D et Δ se coupent au point $(2\,;2)$ (contrôle avec $\Delta : y = -2 \times 2 + 6 = 2$). (1)

Méthode — p = y_A − m × x_A, puis un contrôle avec le second point.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).