

Devoir surveillé – Fonctions exponentielles $x \mapsto a^x$ et variation exponentielle

Fonctions $x \mapsto a^x$ ($a > 0$), propriétés algébriques, sens de variation, lien avec les suites géométriques et les évolutions à taux constant

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 1^{re}

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Calculs et propriétés algébriques

(4 pts)

- a) Calculer sans calculatrice $25^{1,5}$.
- b) Écrire $11^{0,8} \times 11^{1,2}$ sous la forme d'un entier.
- c) Simplifier $(1,5^4)^{0,5}$, puis donner sa valeur décimale.
- d) Un élève écrit $2^{0,5} + 2^{0,5} = 2^1$. Expliquer son erreur et écrire correctement cette somme sous la forme 2^y .

Exercice 2 – Variations, comparaisons et inéquation

(4 pts)

- a) Donner, en justifiant, le sens de variation de $x \mapsto 0,35^x$ sur $[0; +\infty[$.
- b) Comparer $1,13^{2,6}$ et $1,13^{2,06}$ sans calculatrice.
- c) Comparer $0,35^{0,6}$ et $0,45^{0,6}$ sans calculatrice.
- d) Résoudre dans $[0; +\infty[$ l'inéquation $0,2^x \geq 0,008$.

Exercice 3 – Valeur d'une œuvre d'art

(4 pts)

- a) Une œuvre d'art achetée 18 000 € prend 5 % de valeur par an. Exprimer sa valeur $V(x)$ (en €) après x années.
- b) Calculer $V(6,5)$ à l'euro près.
- c) Déterminer le taux d'évolution semestriel équivalent, à 0,01 % près.
- d) Déterminer par tâtonnement, au dixième d'année près, le temps de doublement de la valeur de l'œuvre.

Exercice 4 – Baisse du nombre d'adhérents

(4 pts)

- a) Un club compte 3 200 adhérents ; ce nombre diminue de 14 % par an. Exprimer le nombre $N(x)$ d'adhérents après x années et justifier le sens de variation de N .
- b) Calculer $N(2,5)$ à l'unité près.
- c) Montrer que la baisse sur 5 ans dépasse 50 %.
- d) Le président affirme : « -14 % par an, c'est -7 % par semestre. » Expliquer son erreur et donner le taux semestriel à 0,01 % près.

Exercice 5 – Retrouver un modèle exponentiel

(4 pts)

- a) Une grandeur est modélisée par $f(x) = k \times a^x$ ($k > 0$, $a > 0$, $x \geq 0$) avec $f(0) = 500$ et $f(2) = 720$. Déterminer k et a .
- b) Calculer $f(1,5)$ au centième.
- c) Déterminer par tâtonnement, au dixième près, le temps de doublement de f .
- d) Un élève propose aussi $a = -1,2$. Expliquer pourquoi cette valeur est exclue.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).