Devoir surveillé – Suites et modèles d'évolution — niveau ★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Maths sans spécialité 1re

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes *(6 pts)*

a) (u_n) est la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 12$ et de raison $4{,}5$. Calculer u_6.

b) (v_n) est la suite géométrique de premier terme $v_0 = 5$ et de raison 3. Calculer v_4.

c) Calculer $49^{1,5}$.

d) Le prix d'un article passe de 250 € à 290 €. Donner l'indice du nouveau prix en base 100 sur l'ancien, puis le taux d'évolution.

e) Un prix baisse de $30\,\%$, puis augmente de $50\,\%$. Donner le coefficient multiplicateur global, puis l'évolution globale en pourcentage.

f) Le nombre de visiteurs d'un festival passe de $1\,600$ à $3\,600$ en deux ans. Calculer le taux d'évolution annuel moyen.

Exercice 2 – Problème — Deux colonies de fourmis *(5 pts)*

Un laboratoire élève deux colonies de fourmis. La colonie A compte $1\,500$ ouvrières au début de l'observation et gagne 300 ouvrières par semaine. La colonie B compte $1\,024$ ouvrières au début de l'observation, et ce nombre augmente de $25\,\%$ par semaine. On note a_n et b_n les nombres d'ouvrières des colonies A et B au bout de n semaines ; ainsi $a_0 = 1\,500$ et $b_0 = 1\,024$.

a) Calculer a_1, a_2, b_1 et b_2.

b) Préciser la nature de chacune des suites (a_n) et (b_n), avec sa raison, puis exprimer a_n et b_n en fonction de n.

c) Donner, en justifiant, le sens de variation de chacune des deux suites.

d) On considère le programme Python ci-dessous. Quelle valeur la variable `n` contient-elle à la fin de son exécution ? Interpréter ce résultat.

```
a = 1500
b = 1024
n = 0
while b <= a:
    a = a + 300
    b = b * 1.25
    n = n + 1
```

e) Au bout de combien de semaines la colonie A dépasse-t-elle $5\,000$ ouvrières ?

Exercice 3 – Problème — La cote d'un scooter *(5 pts)*

La valeur à la revente d'un scooter acheté neuf 2 500 € est modélisée par $V(x) = 2\,500 \times 0{,}64^{x}$, en euros, où x est le temps écoulé depuis l'achat, en années ($x \geqslant 0$).

a) Calculer $V(1)$ et $V(2)$. Quel pourcentage de sa valeur le scooter perd-il chaque année ?

b) Donner, en justifiant, le sens de variation de la fonction V sur $[0\,;+\infty[$.

c) Calculer $V(0{,}5)$. En déduire le pourcentage de baisse de la valeur sur un semestre.

d) Calculer les indices de la valeur du scooter au bout de 0,5 an, de 1 an et de 2 ans, en base 100 à l'achat.

e) Entre 0,5 an et 1 an, l'indice perd 16 points. Un vendeur en conclut que la valeur a baissé de 16 %. A-t-il raison ? Justifier.

Exercice 4 – Problème — Des toits solaires *(4 pts)*

Dans une région, 10 000 toits étaient équipés de panneaux solaires en 2023, et 11 449 en 2025. On donne $1{,}07^2 = 1{,}144\,9$ et $1{,}07^3 \approx 1{,}225$.

a) Calculer le coefficient multiplicateur et le taux d'évolution global du nombre de toits équipés entre 2023 et 2025.

b) Montrer que le taux d'évolution annuel moyen entre 2023 et 2025 est de 7 %, et expliquer pourquoi il ne vaut pas $14{,}49 \div 2$, soit environ 7,25 %.

c) On suppose qu'à partir de 2025, le nombre de toits équipés augmente de 7 % par an. On note u_n ce nombre l'année $2025 + n$; ainsi $u_0 = 11\,449$. Préciser la nature de la suite (u_n), exprimer u_n en fonction de n, puis calculer u_2, arrondi à l'unité.

d) Déterminer, en justifiant, la première année où plus de 14 000 toits seront équipés.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).