# Corrigé et barème – Suites et modèles d'évolution — niveau ★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Maths sans spécialité 1re

## Exercice 1 – Automatismes *(6 pts)*

a) Pour aller de $u_0$ à $u_6$, on ajoute 6 fois la raison : $u_6 = u_0 + 6r = 12 + 6 \times 4{,}5 = 12 + 27 = 39$. (1 pt) (1)

b) $v_4 = v_0 \times q^4 = 5 \times 3^4 = 5 \times 81 = 405$. (1 pt) (1)

c) $49^{1,5} = 49^1 \times 49^{0,5} = 49 \times \sqrt{49} = 49 \times 7 = 343$. (1 pt) (1)

d) $\dfrac{290}{250} \times 100 = 1{,}16 \times 100 = 116$ : l'indice vaut 116, le prix a augmenté de 16 %. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

e) $CM = 0{,}7 \times 1{,}5 = 1{,}05$ : le prix a augmenté de 5 % au total (et non de $50 - 30 = 20$ %). (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

f) $CM = \dfrac{3\,600}{1\,600} = 2{,}25$ sur $n = 2$ ans. Comme $1{,}5^2 = 2{,}25$ et $1{,}5 > 0$, $1 + t_m = 2{,}25^{1/2} = 1{,}5$ : le taux annuel moyen est de $+50$ % (et non $125 \div 2 = 62{,}5$ %). (1 pt) (1)

**Méthode** — On repère d'abord le modèle : « on ajoute » donne une suite arithmétique $(u_0 + nr)$, « on multiplie » une suite géométrique $(u_0 \times q^n)$, et un pourcentage se traduit toujours par un coefficient multiplicateur avant tout calcul.

## Exercice 2 – Problème — Deux colonies de fourmis *(5 pts)*

a) Colonie A : $a_1 = 1\,500 + 300 = 1\,800$ et $a_2 = 1\,800 + 300 = 2\,100$. Colonie B : une hausse de 25 % correspond au coefficient 1,25, donc $b_1 = 1\,024 \times 1{,}25 = 1\,280$ et $b_2 = 1\,280 \times 1{,}25 = 1\,600$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

b) $a_{n+1} = a_n + 300$ : $(a_n)$ est arithmétique de raison 300, et $a_n = 1\,500 + 300n$. $b_{n+1} = 1{,}25 \times b_n$ : $(b_n)$ est géométrique de raison 1,25, et $b_n = 1\,024 \times 1{,}25^n$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

c) La raison de $(a_n)$ est $300 > 0$ : $(a_n)$ est strictement croissante. Pour $(b_n)$, le premier terme 1 024 est positif et la raison 1,25 est supérieure à 1 : $(b_n)$ est strictement croissante. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

d) La boucle tourne tant que $b \leqslant a$. On calcule les termes : $a$ vaut 1 500 ; 1 800 ; 2 100 ; 2 400 ; 2 700 ; 3 000 et $b$ vaut 1 024 ; 1 280 ; 1 600 ; 2 000 ; 2 500 ; 3 125. On a $b_4 = 2\,500 \leqslant 2\,700 = a_4$, puis $b_5 = 3\,125 > 3\,000 = a_5$ : la boucle s'arrête avec $\mathsf{n} = 5$. Au bout de 5 semaines, la colonie B dépasse la colonie A pour la première fois. (0,5 pt pour la valeur, 0,5 pt pour l'interprétation) (1)

e) $1\,500 + 300n > 5\,000 \iff 300n > 3\,500 \iff n > \dfrac{35}{3}$. Or $3 \times 11 = 33$ et $3 \times 12 = 36$, donc $11 < \dfrac{35}{3} < 12$ : $n = 12$. Vérification : $a_{11} = 4\,800$ et $a_{12} = 5\,100$. La colonie A dépasse 5 000 ouvrières au bout de 12 semaines. (1 pt) (1)

**Erreur fréquente** — Une boucle « tant que » s'arrête au premier rang où sa condition devient fausse : ici le premier rang où $b_n > a_n$, et non le dernier rang où la colonie B était encore derrière.

## Exercice 3 – Problème — La cote d'un scooter *(5 pts)*

a) $V(1) = 2\,500 \times 0{,}64 = 1\,600$ € et $V(2) = 1\,600 \times 0{,}64 = 1\,024$ €. Le coefficient annuel est $0{,}64 = 1 - 0{,}36$ : le scooter perd $36\,\%$ de sa valeur chaque année. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

b) $2\,500 > 0$ et $0 < 0{,}64 < 1$ : la fonction $x \mapsto 0{,}64^x$ est strictement décroissante sur $[0\,;+\infty[$, donc $V$ aussi. (1 pt) (1)

c) $0{,}64^{0{,}5} = \sqrt{0{,}64} = 0{,}8$, car $0{,}8^2 = 0{,}64$ et $0{,}8 > 0$. Donc $V(0{,}5) = 2\,500 \times 0{,}8 = 2\,000$ €. Sur un semestre, la valeur est multipliée par $0{,}8$ : elle baisse de $20\,\%$, et non de $36 \div 2 = 18\,\%$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

d) $\dfrac{2\,000}{2\,500} \times 100 = 80$ ; $\dfrac{1\,600}{2\,500} \times 100 = 64$ ; $\dfrac{1\,024}{2\,500} \times 100 = 40{,}96$. L'indice vaut $100 \times 0{,}64^x$. (1 pt) (1)

e) Non. L'indice passe de 80 à 64 : il perd bien $80 - 64 = 16$ points, mais le taux d'évolution vaut $\dfrac{64}{80} - 1 = 0{,}8 - 1 = -0{,}2$, soit une baisse de $20\,\%$. Une différence de points n'est un pourcentage que si l'indice de départ vaut 100. (1 pt) (1)

**Piège** — Un taux sur une demi-période ne s'obtient pas en divisant le taux annuel par 2 : on prend la racine carrée du coefficient, $\sqrt{0{,}64} = 0{,}8$, soit $-20\,\%$ par semestre et non $-18\,\%$.

## Exercice 4 – Problème — Des toits solaires *(4 pts)*

a) $CM = \dfrac{11\,449}{10\,000} = 1{,}144\,9$ : le nombre de toits équipés a augmenté de $14{,}49\,\%$. (1 pt) (1)

b) Il y a $n = 2$ évolutions annuelles. Comme $1{,}07^2 = 1{,}144\,9$ et $1{,}07 > 0$, $1 + t_m = 1{,}144\,9^{1/2} = 1{,}07$ : $t_m = 7\,\%$. Les taux ne s'additionnent pas : la seconde hausse de $7\,\%$ porte sur une valeur déjà augmentée. Contrôle : $1{,}072\,5^2 \approx 1{,}150\,3 \neq 1{,}144\,9$. (0,5 pt pour $7\,\%$, 0,5 pt pour l'explication) (1)

c) Chaque année, le nombre est multiplié par $1{,}07$ : $u_{n+1} = 1{,}07 \times u_n$. La suite est géométrique de raison $1{,}07$ et $u_n = 11\,449 \times 1{,}07^n$. $u_2 = 11\,449 \times 1{,}144\,9 = 11\,449 + 11\,449 \times 0{,}144\,9 = 11\,449 + 1\,658{,}960\,1 = 13\,107{,}960\,1$, soit environ $13\,108$ toits en 2027. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

d) $u_2 \approx 13\,108 < 14\,000$ et $u_3 \approx 11\,449 \times 1{,}225 = 11\,449 + 11\,449 \times 0{,}225 = 11\,449 + 2\,576{,}025 \approx 14\,025 > 14\,000$. La suite est croissante (raison $1{,}07 > 1$), donc le seuil est franchi pour $n = 3$ : en $2025 + 3 = 2028$. (1 pt) (1)

**Astuce** — Pour un taux moyen sur 2 ans, on cherche le nombre positif dont le carré donne le coefficient global, ici $1{,}07^2 = 1{,}144\,9$ ; on contrôle toujours en élevant le résultat à la puissance $n$.

*Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).*