Devoir surveillé – Probabilités conditionnelles et indépendance — niveau ★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Maths sans spécialité 1re

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes *(6 pts)*

a) A est un événement tel que $P(A) = 0{,}37$. Calculer $P(\overline{A})$.

b) Résoudre l'équation $6x - 7 = 2x + 11$.

c) $P(A) = 0{,}6$ et $P_A(B) = 0{,}35$. Calculer $P(A \cap B)$.

d) Résoudre l'équation $(x - 4)(3x + 6) = 0$.

e) Calculer le coefficient directeur de la droite (AB), avec $A(2\,;-1)$ et $B(6\,;9)$.

f) On lance deux fois un dé équilibré à six faces, les deux lancers étant indépendants. Calculer la probabilité d'obtenir deux nombres pairs.

Exercice 2 – Problème — Les adhérents d'une salle d'escalade *(5 pts)*

Une salle d'escalade compte 360 adhérents ; chacun choisit soit des cours encadrés, soit l'accès libre. $25\,\%$ des adhérents ont moins de 18 ans, et $40\,\%$ d'entre eux suivent des cours encadrés. Parmi les adhérents de 18 ans et plus, 108 suivent des cours encadrés. On choisit un adhérent au hasard et on note J : « l'adhérent a moins de 18 ans » et C : « l'adhérent suit des cours encadrés ».

a) Construire le tableau croisé des effectifs, avec en lignes « moins de 18 ans » et « 18 ans et plus », en colonnes « cours encadrés » et « accès libre », et une ligne et une colonne de totaux.

b) Calculer $P(J \cap C)$ et $P(C)$.

c) Un moniteur affirme : « Parmi les adhérents qui suivent des cours encadrés, $40\,\%$ ont moins de 18 ans. » A-t-il raison ? Justifier par un calcul.

d) Les événements J et C sont-ils indépendants ? Justifier.

e) L'an prochain, la salle accueille x nouveaux adhérents de moins de 18 ans, qui suivent tous des cours encadrés ; les autres adhérents ne changent pas. Expliquer pourquoi la moitié au moins des moins de 18 ans suivront alors des cours encadrés si et seulement si $36 + x \geqslant 0{,}5(90 + x)$, puis résoudre cette inéquation.

Exercice 3 – Problème — Des colis en retard *(5 pts)*

Une enseigne livre les colis commandés sur son site soit en point relais, soit à domicile. $10\,\%$ des colis livrés en point relais et $4\,\%$ des colis livrés à domicile arrivent en retard. On choisit un colis au hasard et on note R : « le colis est livré en point relais » et L : « le colis arrive en retard ».

a) Dans cette question et les deux suivantes, $30\,\%$ des colis sont livrés en point relais. Représenter la situation par un arbre pondéré.

b) Calculer $P(R \cap L)$, puis montrer que $P(L) = 0{,}058$.

c) Un colis est arrivé en retard. Calculer la probabilité qu'il ait été livré en point relais, sous forme de fraction irréductible. Comparer avec $P(R)$.

d) On note maintenant x la proportion des colis livrés en point relais, avec $0 \leqslant x \leqslant 1$. Montrer que $P(L) = 0{,}06x + 0{,}04$, puis donner le sens de variation de la fonction $x \mapsto 0{,}06x + 0{,}04$.

e) L'enseigne veut qu'au plus $7\,\%$ des colis arrivent en retard. Quelles proportions x de colis livrés en point relais peut-elle accepter ?

Exercice 4 – Problème — Deux lancers francs *(4 pts)*

Au basket, Inès réussit chaque lancer franc avec la probabilité $0{,}9$, et ses lancers sont indépendants les uns des autres. Elle tire deux lancers francs.

a) Représenter la situation par un arbre pondéré, puis calculer la probabilité qu'Inès réussisse ses deux lancers.

b) Calculer la probabilité qu'elle réussisse exactement un lancer.

c) Calculer la probabilité qu'elle réussisse au moins un lancer.

d) Son coéquipier Hugo réussit lui aussi chacun de ses lancers francs avec une même probabilité p, de façon indépendante, et il réussit ses deux lancers avec la probabilité $0{,}36$. Déterminer p.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).