Devoir surveillé – Information chiffrée et statistique à deux caractères — niveau ★★★

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Maths sans spécialité 1re

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes *(3 pts)*

a) Une grandeur augmente de 10 %, baisse de 10 %, puis augmente de 10 %. Donner son taux d'évolution global.

b) 140 personnes représentent 2,5 % d'une population. Quel est l'effectif de cette population ?

c) Une grandeur baisse de 52 %. Donner le taux de l'évolution réciproque, en valeur exacte puis arrondi au dixième de pourcent.

d) Durées de 40 appels téléphoniques, en minutes : $[0\,;10[$: 12 appels ; $[10\,;20[$: 20 appels ; $[20\,;40[$: 8 appels. Calculer une valeur approchée de la durée moyenne.

e) Un diagramme circulaire représente les réponses de 480 personnes. Un secteur mesure 99°. Combien de personnes représente-t-il ?

f) La droite des moindres carrés d'un nuage de point moyen $G(12\,;30)$ passe par le point $A(4\,;50)$. Donner son équation.

Exercice 2 – Démontrer *(4 pts)*

a) Une grandeur subit deux évolutions successives de taux t_1 et t_2 (écrits sous forme décimale). Montrer que le taux d'évolution global vaut $t_1 + t_2 + t_1 t_2$. En déduire à quelle condition sur les signes de t_1 et t_2 le taux global est strictement inférieur à $t_1 + t_2$.

b) Soit $t > 0$ le taux d'une hausse. Montrer que l'évolution réciproque est une baisse de taux $\dfrac{t}{1+t}$, puis que ce taux est strictement inférieur à t.

c) Deux groupes d'effectifs n_1 et n_2 (non nuls) comptent des proportions p_1 et p_2 d'individus ayant un caractère, avec $p_1 \leqslant p_2$. Montrer que la proportion p sur les deux groupes réunis vérifie $p_1 \leqslant p \leqslant p_2$, et qu'elle est égale à $\dfrac{p_1 + p_2}{2}$ lorsque $n_1 = n_2$.

d) Une série à deux variables est partagée en deux groupes d'effectifs n_1 et n_2, de points moyens $G_1(x_1\,;y_1)$ et $G_2(x_2\,;y_2)$, avec $x_1 \neq x_2$. Montrer que le point moyen G de toute la série appartient à la droite (G_1G_2), même lorsque $n_1 \neq n_2$.

Exercice 3 – Problème — Le tri des déchets dans une résidence *(5 pts)*

Une résidence compte deux bâtiments : le bâtiment A (90 foyers) et le bâtiment B (150 foyers). Une enquête montre que 80 % des foyers de A et 60 % des foyers de B trient leurs déchets.

a) Construire le tableau croisé des effectifs (bâtiment ; tri ou non), puis calculer la fréquence des foyers qui trient sur toute la résidence.

b) Calculer la fréquence des foyers qui ne trient pas parmi les foyers de B. Une affiche indique : « Les trois quarts des foyers qui ne trient pas habitent le bâtiment B. » Qu'en penser ? On donne $\dfrac{10}{13} \approx 0{,}769$.

c) La mairie vise 75 % de foyers qui trient sur toute la résidence, en sensibilisant uniquement le bâtiment B. Combien de foyers de B doivent se mettre au tri ? Donner la nouvelle fréquence de tri dans B, son évolution en points de pourcentage et le taux d'évolution du nombre de foyers de B qui trient.

d) Autre scénario : rien ne change dans A et B, mais un bâtiment C neuf ouvre, dans lequel 90 % des foyers trient. Combien de foyers C doit-il compter pour que la fréquence de tri sur les trois bâtiments atteigne 75 % ?

e) La masse de déchets non triés de la résidence a baissé de 20 % en 2025, puis de 15 % en 2026. L'objectif est une baisse d'au moins 40 % sur les trois années 2025, 2026 et 2027. Quelle baisse minimale faut-il obtenir en 2027 ? On donne $\dfrac{2}{17} \approx 0{,}118$.

Exercice 4 – Problème — Les licenciés d'une fédération *(5 pts)*

Le nombre y de licenciés (en milliers) d'une fédération sportive régionale a été relevé chaque année ; x désigne le rang de l'année, avec $x = 0$ en 2018.

Année	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Licenciés y_i (milliers)	20,6	22,2	23,6	25,4	27,1	29	30,7	32,2

a) Déterminer l'équation de la droite de Mayer, en séparant les quatre premières et les quatre dernières années.

b) Un tableur donne pour droite des moindres carrés $D : y = 1{,}69x + 20{,}45$ (coefficients arrondis au centième). Calculer les coordonnées du point moyen G de la série, vérifier qu'il appartient à la droite de Mayer, et expliquer pourquoi il n'appartient pas exactement à D telle qu'elle est écrite.

c) Estimer, avec chacune des deux droites, le nombre de licenciés en 2030. Quelle réserve faut-il formuler ?

d) La fédération affirme : « Nos effectifs augmentent de 8 % par an. » Calculer le taux d'évolution du nombre de licenciés entre 2018 et 2019, puis entre 2024 et 2025. On donne $\dfrac{1{,}6}{20{,}6} \approx 0{,}078$ et $\dfrac{1{,}5}{30{,}7} \approx 0{,}049$. Discuter l'affirmation.

e) Avec la droite de Mayer, montrer que la hausse prévue entre l'année de rang x et l'année de rang $x+1$ correspond à un taux d'évolution égal à $\dfrac{1{,}7}{1{,}7x + 20{,}4}$. Déterminer la première année pour laquelle la hausse prévue par rapport à l'année précédente est strictement inférieure à 4 %.

Exercice 5 – Pour aller plus loin — Construire une série *(3 pts)*

a) Proposer une série de cinq nombres entiers de moyenne 10, de médiane 8 et d'étendue 12, en justifiant.

b) Chaque valeur d'une série de cinq nombres positifs augmente de 10 %. Montrer que la moyenne, la médiane et l'étendue augmentent toutes de 10 %. Est-ce encore vrai si l'on ajoute 1 à chaque valeur ?

c) Démontrer qu'il n'existe aucune série de cinq nombres de moyenne 10, de médiane 8 et d'étendue 4.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).