

Devoir surveillé – Dérivation : nombre dérivé et tangente

Taux de variation, nombre dérivé et tangente (sans spé maths)

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 1^{re}

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Taux de variation et nombre dérivé

(4 pts)

- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - x$. Calculer le taux de variation de f entre -1 et 2 .
- Montrer que, pour tout réel h non nul, le taux de variation de f entre 2 et $2 + h$ est égal à $11 + 3h$.
- En déduire $f'(2)$.
- Déterminer l'équation réduite de la tangente à C_f au point d'abscisse 2 .

Exercice 2 – Lecture d'un tableau de nombres dérivés

(4 pts)

- Le tableau ci-dessous donne des valeurs d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ et de ses nombres dérivés.

x	-3	0	2	5
$f(x)$	6	-2	1	4
$f'(x)$	-1	3	0	-2

- Écrire l'équation réduite de la tangente à C_f au point d'abscisse 0 .
- Écrire l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 2 .
- Le point de coordonnées $(7; 0)$ appartient-il à la tangente au point d'abscisse 5 ? Justifier.
- Parmi les quatre tangentes du tableau, déterminer celle qui est parallèle à la droite d'équation $y = -x + 8$ et écrire son équation réduite.

Exercice 3 – Étude d'une tangente

(4 pts)

- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 2x$ et C_f sa courbe représentative.
 - Montrer que, pour tout réel h non nul, le taux de variation de f entre 1 et $1 + h$ est égal à $5 + 3h + h^2$.
- En déduire $f'(1)$.
- Déterminer l'équation réduite de la tangente T à C_f au point d'abscisse 1 .
- Le point de coordonnées $(-2; -12)$ appartient-il à T ? Appartient-il à C_f ? Commenter.

Exercice 4 – Température d’une serre*(4 pts)*

- a) La température, en degrés Celsius, sous une serre à l’instant t (en heures, t compris entre 0 et 10) est modélisée par $T(t) = \frac{t^2}{4} - 2t + 20$.
- a) Calculer la variation moyenne de température entre $t = 0$ et $t = 4$, en précisant l’unité.
- b) b) Montrer que, pour tout réel a de $[0; 10]$, $T'(a) = \frac{a}{2} - 2$.
- c) c) Calculer $T'(6)$ et interpréter ce résultat dans le contexte.
- d) d) Déterminer l’instant auquel la vitesse de variation de la température s’annule, ainsi que la température à cet instant.

Exercice 5 – Tangentes d’une parabole*(4 pts)*

- a) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 8x + 3$.
- a) Montrer que, pour tout réel a , $f'(a) = 2a - 8$.
- b) b) Déterminer l’abscisse du point de C_f en lequel la tangente a pour coefficient directeur -2 , puis l’équation réduite de cette tangente.
- c) c) Déterminer l’équation réduite de la tangente à C_f parallèle à la droite d’équation $y = 4x - 1$.
- d) d) Un élève affirme : « la tangente à C_f au point d’abscisse 0 passe par l’origine du repère ». Expliquer son erreur.

Bon courage !