

## Devoir surveillé – Dérivée et applications

Dérivées usuelles, opérations, signe de la dérivée, tableaux de variations, extremums et optimisation —  
programme de Mathématiques de 1re (sans spé)

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 1<sup>re</sup>

Nom : \_\_\_\_\_ Date : \_\_\_\_\_ Note : \_\_\_\_\_ / 20

*Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.*

### Exercice 1 – Calculs de dérivées

(4 pts)

a) a)  $f(x) = 7x^3 - 4x^2 + 9x - 1$  sur  $\mathbb{R}$

c) c)  $h(x) = \frac{x+7}{2x-3}$  sur  $\left] \frac{3}{2}; +\infty \right[$

b) b)  $g(x) = (5x-2)(x^2+4)$  sur  $\mathbb{R}$

d) d)  $k(x) = 6\sqrt{x} - \frac{5}{x}$  sur  $]0; +\infty[$

### Exercice 2 – Variations d'une fonction polynôme

(4 pts)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 5$ .

- a) a) Calculer  $f'(x)$ .
- b) b) Factoriser  $f'(x)$  et étudier son signe.
- c) c) Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- d) d) Donner les extremums locaux de  $f$  en précisant leur nature.

### Exercice 3 – Une fonction homographique

(4 pts)

Soit  $h$  la fonction définie par  $h(x) = \frac{3x-8}{x+4}$ .

- a) a) Justifier que  $h$  est définie et dérivable sur  $] -4; +\infty[$ .
- b) b) Montrer que  $h'(x) = \frac{20}{(x+4)^2}$  sur cet intervalle.
- c) c) En déduire le sens de variation de  $h$  sur  $] -4; +\infty[$ .
- d) d) La fonction  $h$  admet-elle un extremum sur  $] -4; +\infty[$  ? Justifier.

### Exercice 4 – Un enclos le long d'un mur

(4 pts)

Un éleveur dispose de 120 mètres de grillage pour clôturer un enclos rectangulaire adossé à un long mur : le côté contre le mur n'est pas grillagé. On note  $x$  la longueur, en mètres, de chacun des deux côtés perpendiculaires au mur.

- a) a) Justifier que  $x \in ]0; 60[$  et exprimer l'aire  $A(x)$  de l'enclos en fonction de  $x$ .
- b) b) Calculer  $A'(x)$  et étudier son signe sur  $]0; 60[$ .
- c) c) Dresser le tableau de variations de  $A$ .
- d) d) En déduire les dimensions de l'enclos d'aire maximale et la valeur de cette aire.

**Exercice 5 – Erreur de dérivation et paramètre***(4 pts)*

- a) a) Un élève écrit : « pour  $f(x) = (x - 6)(x + 2)$ , on a  $f'(x) = 1 \times 1 = 1$  ». Expliquer l'erreur, puis calculer  $f'(x)$ .
- b) b) Soit  $b$  un réel et  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = x^3 + bx + 7$ . Déterminer  $b$  pour que  $g'(-3) = 0$ .
- c) c) Pour cette valeur de  $b$ , étudier les variations de  $g$  sur  $\mathbb{R}$  et donner ses extremums locaux.
- d) d) La fonction  $g$  admet-elle un maximum sur  $\mathbb{R}$  ? Justifier.

*Bon courage !*