Corrigé et barème – Automatismes : calcul numérique, calcul littéral et géométrie

Fractions, puissances, écriture scientifique, ordres de grandeur et unités ; développer, factoriser, isoler une variable ; aires, volumes, Pythagore, Thalès et trigonométrie, sans calculatrice.

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 1re

Exercice 1 – Automatismes de calcul numérique ★★ *(6 pts)*

a) Dénominateur commun 30 : $\dfrac{3}{10}+\dfrac{4}{15}=\dfrac{9}{30}+\dfrac{8}{30}=\dfrac{17}{30}$, irréductible ($17$ est premier et ne divise pas 30). (1)

b) $\dfrac{9\times 7}{14\times 12}=\dfrac{63}{168}$, et en simplifiant par 21 : $\dfrac{63}{168}=\dfrac{3}{8}$. Plus rapide : simplifier avant de multiplier, $\dfrac{9}{12}=\dfrac{3}{4}$ et $\dfrac{7}{14}=\dfrac{1}{2}$, d'où $\dfrac{3}{4}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{8}$. (1)

c) Même base 2 : on ajoute puis on soustrait les exposants, $7+(-3)-2=2$. Le nombre vaut $2^2=4$. (1)

d) $0{,}003\,2=3{,}2\times10^{-3}$, donc $0{,}003\,2\times10^{5}=3{,}2\times10^{-3+5}$, soit $3{,}2\times10^{2}$ (c'est 320). (1)

e) $1\ \text{L}=1\ \text{dm}^3=1\,000\ \text{cm}^3$, donc $4{,}5\ \text{L}=4\,500\ \text{cm}^3$. (1)

f) $0{,}15\ \text{h}=0{,}15\times 60\ \text{min}$, soit 9 min. Donc $2{,}15\ \text{h}=2\ \text{h}\ 9\ \text{min}$ (et non 2 h 15 min). (1)

Repère — Sans calculatrice, on simplifie avant de multiplier et on ramène les puissances à la même base : les calculs restent petits.

Exercice 2 – Calcul littéral ★★ *(5 pts)*

a) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ avec $a=2x$ et $b=7$: $(2x+7)^2=4x^2+28x+49$. (1)

b) Double distributivité : $(x-6)(4x+3)=4x^2+3x-24x-18=4x^2-21x-18$. (1)

c) $16x^2-1=(4x)^2-1^2=(4x-1)(4x+1)$ (identité $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$). (1)

d) Facteur commun $(x+3)$: on obtient $(x+3)\big[(2x-5)-(x-1)\big]=(x+3)(2x-5-x+1)=(x+3)(x-4)$. (1)

e) On multiplie les deux membres par 2 : $2\mathcal{A}=(b+B)h$; puis on divise par $b+B$, non nul : $h=\dfrac{2\mathcal{A}}{b+B}$. Ici $h=\dfrac{2\times 30}{4+8}=\dfrac{60}{12}=5$ cm. (1)

Contrôle — Pour vérifier un développement ou une factorisation, on remplace x par 1 dans l'expression de départ et dans le résultat : on doit trouver le même nombre.

Exercice 3 – Un triangle rectangle ★★ *(4 pts)*

a) Le triangle RST est rectangle en R. D'après le théorème de Pythagore, $ST^2 = RS^2 + RT^2 = 12{,}96 + 23{,}04 = 36$, donc $ST = 6$ cm. (1)

b) Dans le triangle RST rectangle en R, pour l'angle $\widehat{RST}$, $[RS]$ est le côté adjacent et $[ST]$ l'hypoténuse : $\cos\widehat{RST} = \dfrac{RS}{ST} = \dfrac{3{,}6}{6} = 0{,}6$. (1)

c) Les points S, U, R sont alignés, ainsi que S, V, T, et $(UV) \parallel (RT)$. D'après le théorème de Thalès, $\dfrac{SU}{SR} = \dfrac{UV}{RT}$, soit $\dfrac{1{,}2}{3{,}6} = \dfrac{UV}{4{,}8}$. Comme $\dfrac{1{,}2}{3{,}6} = \dfrac{1}{3}$, on obtient $UV = \dfrac{4{,}8}{3} = 1{,}6$ cm. (1)

d) L'angle droit est en R : on prend $[RS]$ pour base et $[RT]$ pour hauteur. Aire $= \dfrac{3{,}6 \times 4{,}8}{2} = \dfrac{17{,}28}{2} = 8{,}64$ cm^2. (1)

Repère — Dans un triangle rectangle, les deux côtés de l'angle droit servent de base et de hauteur pour l'aire.

Exercice 4 – Un bassin de jardin ★★★ *(5 pts)*

a) 50 cm $= 0{,}5$ m. $V = 2{,}5 \times 1{,}6 \times 0{,}5 = 2$ m^3. Comme 1 m$^3 = 1\,000$ L, le bassin contient $2\,000$ L. (1)

b) $\dfrac{2\,000}{25} = 80$: il faut 80 min, soit 1 h 20 min. (1)

c) $\dfrac{3}{5} \times 2\,000 = \dfrac{6\,000}{5} = 1\,200$ L, soit $1{,}2$ m^3. (1)

d) $2 \times 4{,}20 = 8{,}40$ € pour les 2 m^3. (1)

e) La surface de l'eau mesure $2{,}5 \times 1{,}6 = 4$ m^2, et 3 mm $= 0{,}003$ m. Volume évaporé chaque jour : $4 \times 0{,}003 = 0{,}012$ m^3, soit 12 L. En 30 jours : $30 \times 12 = 360$ L, près d'un cinquième de l'eau du bassin plein. (1)

Méthode — Dans un problème de volumes, on convertit toutes les longueurs dans la même unité avant de calculer, puis on passe aux litres avec 1 m$^3 = 1\,000$ L.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).